FACULTAD DE INGENIERIA
INSTITUTO DE ELECTROTECNICA

PUBLICACION N.° 16 (1946)
DEL INSTITUTO DE ELECTROTECNICA

Serie: Apuntes de clase (Textos)
Grupo: Medidas eléctricas

MEDIDA DE RESISTENCIAS

POR
Ing. Ind. D. MAGGIOLO DE GERSZONOWICZ
PROFESOR SUSTITUTO DE ELECTROTECNICA

MONTEVIDEO (R. O. DEL URUGUAY) • MAYO, 1946

FACULTAD DE INGENIERIA
INSTITUTO DE ELECTROTECNICA

PUBLICACION N.° 16 (1946)
DEL INSTITUTO DE ELECTROTECNICA



Serie: Apuntes de clase (Textos)

Grupo: Medidas eléctricas

MEDIDA DE RESISTENCIAS

POR

Ing. Ind. D. MAGGIOLO DE GERSZONOWICZ

PROFESOR SUSTITUTO DE ELECTROTÉCNICA

MONTEVIDEO (R. O. DEL URUGUAY) • MAYO, 1946

MEDIDA DE RESISTENCIAS

-.-

Los métodos empleados para la medida de resistencias difieren según que éstas sean resistencias de valor medio (~ 1 a $\sim 10^5$ Ω), pequeñas o muy grandes, y según la precisión con la que se quiere obtener el valor buscado. Desde este último punto de vista se suelen dividir los métodos en métodos industriales y de laboratorio, aunque muchas veces no hay una distinción neta entre unos y otros.-

Aquí no trataremos, por ser de interés muy reducido para nosotros, los métodos de gran precisión que se emplean en los laboratorios especializados para comparar resistencias patrones, o los métodos utilizados para hacer medidas absolutas de resistencias.-

Dentro de lo posible, distinguiremos en el estudio de cada método: a) la descripción, b) la discusión de la precisión y c) la elección de los aparatos adecuados y de los valores de las magnitudes que intervienen en la medida. En cuanto a la discusión del procedimiento de operación y otros detalles prácticos, hacemos su estudio en otro lugar (Prácticas de Laboratorio - Medidas eléctricas).-

I.- MEDIDA DE RESISTENCIAS MEDIAS

Hay varios métodos para la medida de resistencias medias, pero el principal de ellos es el del puente de Wheatstone, cuya simplicidad y gran precisión lo hacen muy superior a todos los demás, a los que ha desplazado para todas las medidas de laboratorio. Nosotros estudiaremos este mátodo y los métodos voltamperimétrico y de comparación, advirtiendo que ciertos otros métodos, como el de oposición o potenciométrico, que estudiaremos a propósito de la medida de pequeñas resistencias, o el método directo, que estudiaremos a propósito de la medida de grandes resistencias, son también adecuados para la medida de resistencias medias. Para este fin sirven también los óhmetros, que estudiaremos más adelante, que son instrumentos que permiten medir resistencias de uno a varios millones de ohms con precisión industrial.-

MÉTODO VOLTAMPERIMÉTRICO.- Es un método poco preciso, pero rápido y simple, de modo que es muy usado en todas las medidas industriales que requieren poca precisión. Es el método que resulta de la aplicación inmediata de la ley de ohm a la resistencia a medir. Consiste en medir con un voltímetro V la d.d.p. U en los bornes de la resistencia desconocida X, que está recorrida por una corriente continua I, que se mide con un amperímetro A. El esquema (fig.1) comprende la fuente de tensión E y un reóstato R_e, en serie o en potenciómetro

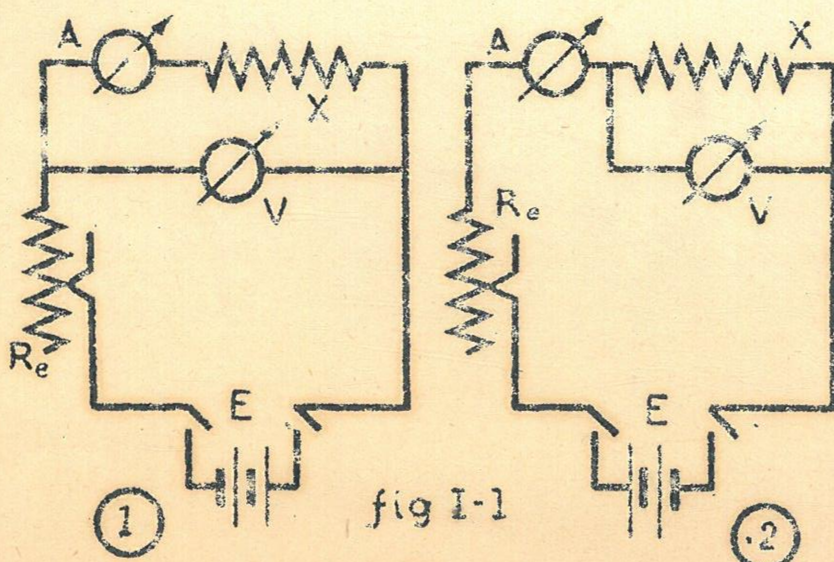


fig I-1

según el caso, para regular la corriente en la resistencia al valor deseado.-

Si los dos instrumentos fuesen ideales, es decir, el amperímetro de resistencia nula y el voltímetro de resistencia infinita, el cociente de las dos lecturas sería efectivamente X

$$X = \frac{U}{I} \qquad (1)$$

(a menos de los errores propios de los instrumentos), pero como ese no es el caso (salvo si se usara un voltímetro electrostático), se comete un error porque lo que se mide en realidad es la resistencia del conjunto X en serie con la resistencia del amperímetro R_A si se efectúa el esquema 1, o la resistencia del conjunto X en paralelo con la resistencia del voltímetro R_V si se efectúa el esquema 2. De modo que si no se efectúan las correcciones correspondientes se comete en el primer caso un error relativo $\Sigma_A = R_A/X$ y en el segundo un error relativo $\Sigma_V = 1/1 + \frac{R_V}{X}$. Luego, si no interesa hacer la corrección, conviene, para reducir el error, hacer la conexión 1 o la 2 según que Σ_A sea menor o mayor que Σ_V, es decir, aproximadamente según que X sea mayor o menor que $\sqrt{R_A R_V}$. Cuando se va a hacer la corrección conviene siempre hacer la conexión 2 porque la resistencia interna de un voltímetro se conoce siempre con mayor precisión que la de un amperímetro, y la corrección se hará mejor.-

Además del error que acabamos de estudiar, está el error propio de los instrumentos de medida, que tienen errores absolutos ΔU y ΔI de modo que el valor de X resulta afectado de un error

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta I}{I} \qquad (2)$$

En el mejor de los casos, es decir, con instrumentos de gran precisión y haciendo las lecturas en la parte final de las escalas, cada uno de los términos de $\Delta X/X$ vale 0,5 °/°, de modo que X se conoce con 1 °/° de error.-

Al aplicar este método utilizando instrumentos de uso industrial, que no se controlan y calibran con frecuencia, puede ser grande el error debido a falta de calibración de los instrumentos, ya que en (2) ΔU y ΔI aumentan. Por eso describiremos luego otro método que permite reducir esa clase de error.-

Al aplicar el método hay que elegir el valor de la corriente I de modo que sea resistida sin inconveniente por la resistencia X; en algunos casos el valor de la corriente está impuesto por la propia resistencia a medir, por ser necesario efectuar la medida en determinadas condiciones de calentamiento, que dependen del valor de la corriente. Los alcances de los instrumentos se eligen de modo que las lecturas se hagan en el tercio superior de las escalas, ya que en caso contrario el error sería muy grande. Esta discusión supone que para hacer la elección de los instrumentos se tiene ya cierta idea por lo menos del orden de magnitud de la resistencia a medir. Este conocimiento previo es un requisito indispensable para elegir racionalmente todos los instrumentos que permitirán efectuar una medida en las mejores condiciones. Cuando eso no ocurre hay que efectuar siempre una primera medida rápida, que da el orden de magnitud de la resistencia.-

MÉTODO DE COMPARACIÓN.- Es otro método industrial rápido y que emplea relativamente pocos aparatos, y en el que se puede re

ducir el error debido a falta de calibración del instrumento empleado. La resistencia desconocida X se coloca en serie con una resistencia conocida R (fig.2) y se mide sucesivamente con el mismo voltímetro V la caída de tensión que produce una corriente continua I en cada resistencia. El valor de la corriente no interviene en la medida, pero generalmente se coloca un amperímetro A en el circuito para controlar su valor.-

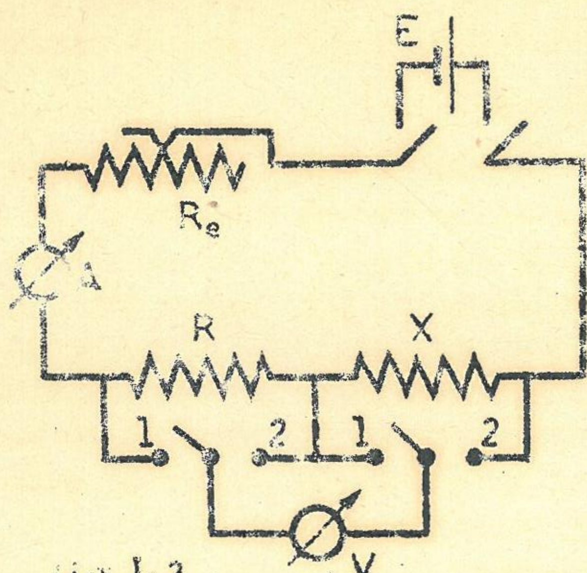


fig 1-2

Suponiendo que la resistencia del voltímetro es infinitamente grande y que la corriente I no varía de una lectura a la otra, se tiene, llamando θ_1 y θ_2 a las indicaciones del instrumento cuando se coloca sobre R y sobre X respectivamente

$$\theta_1 = RI \quad , \quad \theta_2 = XI$$

$$X = R\,\frac{\theta_2}{\theta_1} \qquad (3)$$

Como el voltímetro tiene una resistencia interior finita R_V, en la primer lectura se mide en realidad $\frac{R\,R_V}{R + R_V}$ y en la segunda $\frac{X\,R_V}{X+R_V}$ I y al aplicar la fórmula (3) se comete un error $\Sigma = \frac{X - R}{R + R_V}$.

Vemos que este error es tanto menor cuanto más próximo es R a X, y por lo tanto, siempre que sea posible, se deberá elegir $R = X$.-

La corriente I puede no ser constante de una medida a la otra. Para cerciorarse de su constancia, conviene hacer medidas cruzadas, haciendo una primera lectura θ_1' sobre R, otra θ_2 sobre X y una tercera θ_1'' sobre R. Si $\theta_1' = \theta_2'$ se puede admitir que la corriente no ha variado; en caso contrario, y si la causa de la variación de I es la descarga de la batería de alimentación se puede admitir que I varía proporcionalmente al tiempo y se pueden hacer las medidas a intervalos de tiempo iguales y asumir que el valor de θ_1 en el momento de hacer la lectura θ_2 sería $\frac{\theta_1' + \theta_2'}{2}$.-

Además de los errores que acabamos de estudiar, en la medida se comete otro error

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta(\theta_2/\theta_1)}{\theta_2/\theta_1} \qquad (4)$$

en que $\Delta R/R$ es el error relativo de la resistencia conocida. En cuanto al error sobre θ_2/θ_1 hay que distinguir entre error propio del instrumento y error de calibración. Si ambas lecturas se hacen en la región final de la escala, en general el voltímetro, aunque no sea exacto, será proporcional, el error de calibración desaparece y no quedan más que los errores propios que se suman. Vemos que cumpliéndose esas condiciones (que exigen R bastante próximo a X) el método da resultados mucho más precisos que el voltamperimétrico.-

La elección de la corriente I se hace con el mismo criterio

que en el método anterior. En particular hay que asegurarse de que esa corriente es soportada por R. La elección del alcance del voltímetro se hará de modo que la lectura se realice en el tercio superior de la escala.-

Al estudiar el método potenciométrico de medida de resistencias, podremos ver que su principio es el mismo que el de éste, pero para obtener mayor precisión en la medida se miden las d.d.p.s con un potenciómetro y no con un voltímetro.-

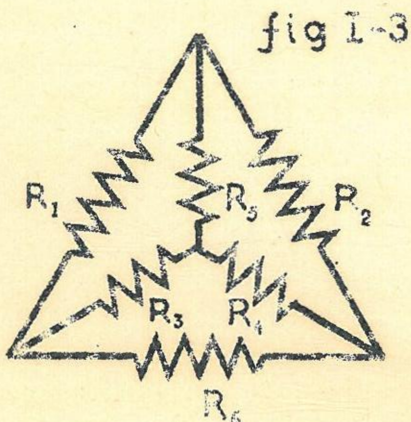
Indiquemos ahora una variante del método que permite muy buena precisión cuando sólo se dispone de un instrumento no proporcional, pero de resistencia R_v conocida, y no se ha podido hacer $R=X$. Supongamos, para fijar las ideas, que $R < X$. Se pone en serie con el voltímetro una resistencia regulable conocida (caja de resistencias). Se hace una primera lectura con el voltímetro sobre R y la resistencia adicional igual a cero. Luego se cierra el voltímetro sobre X y se regula la resistencia en serie con él a un valor R_1 tal que la lectura del voltímetro sea la misma que en el caso anterior. Eso quiere decir que las corrientes en el voltímetro fueron las mismas en las dos medidas (a menos del error propio del instrumento), y si I permaneció constante, las corrientes en R y X fueron también iguales. Se tiene pues

$$\frac{R}{R_v} = \frac{X}{R_1+R_v}$$

de donde se deduce X.-

PUENTE DE WHEATSTONE.- Este método, imaginado en 1833 por Christie y divulgado por Wheatstone diez años después, constituye la base de numerosos métodos de medida, no sólo de resistencias sino de impedancias, y por tal motivo su estudio reviste particular interés. Aplicado a la medida de resistencias, permite, utilizando resistencias de comparación y un galvanómetro adecuados, hacer medidas de laboratorio de la máxima precisión, pero puede también ser empleado para efectuar medidas de precisión media o industrial con suficiente rapidéz y comodidad.-

Estudiemos el principio del método. Dispongamos seis resistencias R_1, R_2,.....R_6 formando un cuadrángulo completo (fig.3). Si en una rama, por ejemplo R_6, se pone una fuente de tensión, por la rama conjugada R_5 no pasará corriente cuando se cumpla entre las resistencias de las otras cuatro ramas la relación



$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \qquad (5)$$

Coloquemos en la rama R_5 un galvanómetro que permita apreciar si la corriente en ella es cero. Si una de las resistencias R_1,....,R_4 es desconocida, un método para medirla consiste en hacer variar alguna de las otras hasta que el galvanómetro no acuse corriente, sabiéndose que en ese momento se cumple la relación (5).-

Para fijar las ideas adoptemos las notaciones de la fig.4, donde X es la resistencia incógnita, A, B, R, las conocidas, G el

galvanómetro de resistencia interior R_g y E la fuente de resistencia interna R_e (1) y f.e.m. E. En el momento del equilibrio se tendrá

$$X = R\frac{B}{A} \tag{6}$$

Un puente de Wheatstone puede construirse con tres cajas de resistencias cualquiera, pero se fabrican conjuntos de resistencias construídas especialmente para este fin, que toman dos formas: o bien R es una resistencia variable con la que se busca el equilibrio, y se pueden dar diversos valores "redondos" a la relación A/B, o bien R es una resistencia fija, o que puede tomar algunos valores "redondos" , y se varía en forma continua la relación A/B. Las resistencias A y B están constituídas en este caso por un hilo calibrado sobre el que se desplaza un cursor que se conecta a la rama del galvanómetro. Este tipo de puente (puente de hilo) es mucho menos preciso que el primero, ya que el error del hilo calibrado es mucho mayor que el de una caja de resistencias. Nosotros seguiremos el estudio del método suponiendo que el puente es del primer tipo.-

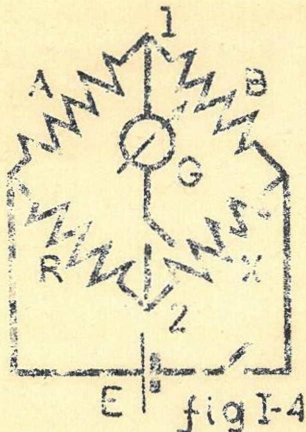


fig I-4

Vamos a hallar la precisión con que se puede efectuar la medida. Si se dispusiese de un galvanómetro que permitiese detectar exactamente cuando la corriente en él, i_g, es cero se cumpliría exactamente (6), cometiéndose sobre X sólo el error debido a errores de calibración de las resistencias de comparación

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta A}{A} \tag{7}$$

Pero eso implicaría un galvanómetro de sensibilidad infinita. Como no es así, cuando creemos que hay equilibrio pasa en realidad por el galvanómetro una pequeña corriente que no es capaz de revelar. Vamos a calcular el error máximo sobre X debido a esa causa, porque ya no se cumple (6).-

Empecemos por hallar el valor de la corriente i_g que pasa por el galvanómetro cuando las resistencias de las ramas tienen cuatro valores cualquiera A', B', R', X'. Resolviendo el circuito por cualquier método se llega a que

$$i_g = \frac{E(A'X' - B'R')}{R_e(R'+A')(X'+B')+R_g(R'+X')(A'+B')+R_eR_g(A'+B'+R'+X')+R'X'(A'+B')+A'B'(R'+X')} \tag{8}$$

A veces puede ser interesante tener i_g, no en función de E y R_e, sino en función de la corriente gastada por la fuente, I. En este caso se obtiene

$$i_g = \frac{(A'X'-B'R')I}{R_g(A'+B'+R'+X') + (A'+R')(B'+X')}$$

A nosotros lo que nos interesa es la corriente i_g que pasará por el galvanómetro cuando la resistencia de regulación R difiera en ΔR de su valor de equilibrio exacto R y en qué forma repercute una falta de equilibrio ΔR de R sobre el error absoluto ΔX de X. Entonces podemos suponer que lo que varía es la resistencia X y hallar la corriente i_g producida por una variación ΔX de X a partir de su valor de equilibrio, entendiendo por ΔX la

(1) En R_E comprendemos cualquier resistencia en serie con la fuente.-

variación ficticia de X equivalente a la variación real de la resistencia de regulación ($\Delta X = \Delta R . X/R$). La corriente i_g será, aplicando (8) al caso en que $A' = A$, $B' = B$, $R' = R$, valores de equilibrio, y $X' = X + \Delta X$

$$i_g = \frac{E\,A\,\Delta X}{R_e(R+A)(X+B)+R_g(R+X)(A+B)+R_eR_g(A+B+R+X)+RX(A+B)+AB(R+X)+ \Delta X[R_e(R+A)+R_g(A+B)+R_eR_g+B(A+B)+AB]}$$

Como nosotros calculamos i_g para pequeñas variaciones de X, será $\Delta X << X$, y en el denominador se pueden despreciar los términos en ΔX y queda

$$i_g = E\,\frac{A\,\Delta X}{D} \qquad (9)$$

con

$$D = R_e(R+A)(X+B)+R_g(R+X)(A+B)+R_eR_g(A+B+R+X)+RX(A+B)+AB(R+X) \qquad (10)$$

Esa fórmula es poco práctica. En general conviene poner i_g en función de U, d.d.p. en los bornes del puente, y prescindir de R_e que es siempre muy pequeña. Si en la fórmula (9) hacemos $E = U$, $R_e = 0$, y además, para reducir el número de variables, reemplazamos A por RB/X llegamos a la expresión

$$i_g = \frac{U\,\frac{1}{X}\,\frac{\Delta X}{X}}{(\frac{R}{X}+1)[\frac{R_g}{X}(1+\frac{X}{R}) + 1\,\frac{B}{X})} \qquad (11)$$

donde U es la d.d.p. en los bornes del puente cuando $X' = X + \Delta X$.—

Esta misma fórmula se obtiene mucho más rápidamente aplicando el teorema de Thévenin. Vamos a hacerlo como ejemplo. Sea U el valor de la d.d.p. aplicada al puente cuando $X' = X + \Delta X$ y la diagonal del galvanómetro está abierta.—

Se tiene

$$i_g = \frac{U_1 - U_2}{R_g + R_p}$$

donde $U_1 - U_2$ es la d.d.p. que aparece entre los bornes 1 y 2 (fig. 4) cuando la diagonal del galvanómetro está abierta, y R_p es la resistencia del puente visto desde los extremos de la rama del galvanómetro. Se tiene

$$U_1 - U_2 = U\,\frac{A}{A+B} - U\,\frac{R}{R+X+\Delta X} \simeq U\,\frac{A\,\Delta X}{(A+B)(R+X)} \,//\; R_p = \frac{AB}{A+B} + \frac{R(X+\Delta X)}{R+X+\Delta X} \simeq$$

$$\simeq \frac{AB}{A+B} + \frac{RX}{R+X}$$

$$i_g = U\,\frac{A\,\Delta X}{(A+B)(R+X)[\frac{AB}{A+B} + \frac{RX}{R+X}]}$$

de donde se llega a (11). Vemos que U no tiene el mismo valor que en equilibrio pero estas son fórmulas aproximadas. Siempre se calcula U entendiendo que es la d.d.p. en los bornes del puente en equilibrio, y que se mantiene constante. El error que se comete sobre i_g dentro de esa hipótesis se calcula fácilmente y es

$$\frac{\Delta i_g}{i_g} = \frac{\Delta X}{X}\,\frac{[\frac{R_e}{X}.\frac{X}{B} + \frac{R}{X} + 1][\frac{R_g}{X}\,\frac{X}{R} + \frac{B}{X} + 1] - \frac{B}{X}\,\frac{R}{X}}{[\frac{R_e}{X}(1+\frac{X}{B}) + \frac{R}{X} + 1][\frac{R_g}{X}(1+\frac{X}{R}) + \frac{B}{X} + 1]} < \frac{\Delta X}{X}$$

que a los efectos de nuestro cálculo es completamente despreciable.

La fórmula (11) se puede escribir en forma más simple

$$i_g = \frac{I_X \frac{\Delta X}{X}}{\frac{R_g}{X}(1+\frac{X}{R})+\frac{B}{X}+1} \tag{11a}$$

llamando I_X a la corriente en la resistencia X, y también

$$i_g = \frac{I_X \frac{\Delta X}{X}}{\frac{R_t}{X}(1+\frac{X}{R})} \tag{11b}$$

llamando R_t a la resistencia total del puente vista desde el galvanómetro.-

Si la menor corriente que es capaz de apreciar el galvanómetro es i_g min. una cualquiera de las fórmulas anteriores nos permite calcular el error $\Delta X/X$ sobre X debido a falta de equilibrio para determinada elección de las resistencias del puente y de la tensión aplicada en los bornes

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{i_g \text{ min.}}{I_X} \frac{R_t}{X} (1 + \frac{X}{R}) \tag{12}$$

El error total en la medida es la suma de (7) y (12). Obsérvese que el primero es un error sistemático, mientras que el segundo es un error accidental.-

En conocimiento de todo esto estamos ahora en condiciones de discutir la elección de los valores de A y B, de la tensión U aplicada al puente y del galvanómetro requeridos para hacer una medida con la precisión deseada. Obsérvese que no decimos "con la máxima precisión" ya que generalmente al hacer una medida interesa obtener el resultado con cierto número de cifras, y es inútil tratar de obtener el resultado con cierto número de cifras, y es inútil tratar de obtener una precisión mayor ya que se hace la medida más delicada sin ninguna ventaja.-

Vemos que el error de la medida está compuesto de dos clases de términos. Sobre los primeros, debidos a los errores de calibración de las resistencias de comparación, no podemos actuar, salvo cambiando de resistencias de comparación. Una vez elegidas éstas, ese error tiene cierto valor, que deberá por supuesto ser menor o del mismo orden que el error con que queremos obtener el valor buscado. El otro término del error es el debido a falta de equilibrio. Es totalmente inútil tratar de hacer este término excesivamente pequeño, ya que esa reducción no influirá sensiblemente sobre el error total, y en cambio complicará la medida. De modo que se tratará de hacer de modo que este error resulte por ejemplo del orden de 1/5 de la suma de los otros errores como mínimo, y del orden de la precisión deseada si ésta es menor.-

Sobre este error influyen varios factores que son: 1) la sensibilidad del galvanómetro; 2) el valor de U elegido y 3) los valores de las resistencias de comparación. La sensibilidad del galvanómetro es directamente proporcional a la precisión, pero por supuesto sólo puede ser aumentada hasta cierto límite. El valor de U también es directamente proporcional a la precisión, pero no puede ser aumentado indefinidamente porque aumentan las corrientes que pasan por las resistencias del puente, a medir y de comparación, y para todas estas resistencias hay un valor máximo de corriente que no puede ser sobrepasado por razones térmicas, de modo que está impuesto el valor de la máxima potencia que puede ser disipada en las cuatro ramas del puente y eso, una vez elegidas las resistencias, limita U.-

Por último la sensibilidad depende también de los valores de

las resistencias A, B y R. La elección de las resistencias A, B y R (obsérvese que sólo dos de ellas son independientes) depende de muchos factores. Por de pronto, ninguno de esos valores puede ser ni demasiado pequeño ni demasiado grande. No pueden ser demasiado grandes porque las resistencias de ese orden de magnitud son poco precisas, y por tal motivo corrientemente no se construyen resistencias de tales valores que puedan ser usadas en un puente. No pueden ser demasiado pequeñas porque hay que tener en cuenta que las resistencias están en serie con hilos de conexión y es necesario que su valor sea grande frente a las resistencias de las conexiones para que éstas no influyan en la precisión de la medida. De be cuidarse que la resistencia variable R tenga un valor tal que pueda ser ajustada con el número de cifras requerido.-

Además es necesario que la resistencia total del circuito del galvanómetro, que ordinariamente será de cuadro móvil, le permita trabajar con un grado de amortiguamiento conveniente, de preferencia crítico o próximo a él.-

En general, en medidas de precisión media (0,5°/°) cualquier elección de A y B que cumpla las condiciones mencionadas permitirá obtener, con un galvanómetro medianamente sensible una precisión suficiente. De modo que el problema de elegir las resistencias en forma de obtener la máxima sensibilidad sólo se presentará, en el caso del puente de Wheatstone, en las medidas de máxima precisión que sólo se realizan en laboratorios especializados y que no nos interesan aquí, o cuando se dispone de un galvanómetro muy poco sensible. Pero para tener una idea de como encarar el problema vamos a hacer el estudio de un caso simple pero que puede presentarse con frecuencia. Se trata de medir una resistencia X que permite disipar una potencia Q, comparándola con tres resistencias A, B y R de construcción semejante, que permiten disipar una potencia P en cada una de ellas. Se dispone de un galvanómetro dado de sensibilidad constante (sin shunt magnético ni cuadros intercambiables). Para simplificar el estudio prescindiremos de la condición impuesta por el amortiguamiento del galvanómetro, entendiéndose que las condiciones de máxima sensibilidad halladas aquí no se podrán aplicar si el galvanómetro resulta demasiado amortiguado (el grado de amortiguamiento demasiado pequeño no es en realidad un inconveniente muy grande, y siempre se puede aumentar shuntando el galvanómetro; como la resistencia del shunt es grande frente a la del galvanómetro, su agregado no disminuye prácticamente la sensibilidad de la medida).-

Al hacer intervenir los valores de las potencias gastadas en las resistencias del puente, entenderemos que esas potencias, que llamaremos P_A, P_B, P_R, P_X, son las relativas al puente en equilibrio, de modo que se tiene $P_A = AI_a^2 = AI_b^2$, $P_B = BI_B^2$, $P_R = RI_R^2 = RI_X^2$, $P_X = XI_X^2$, y se cumple $P_R/P_X = R/X$, $P_B/P_X = X/B$, $P_A/P_X = R/X.X/B$ Escribiremos (12) bajo la forma

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{i_g \min}{\sqrt{P_X/X}} \left[\frac{R_g}{X}\left(1 + \frac{X}{R}\right) + \frac{B}{X} + 1\right] \qquad (12a)$$

donde las variables son P_X, R/X y B/X.-

Si sólo existiese la condición de que $P_X < Q$, convendría hacer $P_X = Q$, $R >> X$, $B << X$, para ponerse en las mejores condiciones. Pero tratemos nuestro caso. Debemos distinguir según que $Q < P$ o que $Q \geqslant P$.-

1° $Q < P$. La necesidad de que las potencias P_a, P_b y P_R en A, B y R no pasen de P nos impone las condiciones

$$\frac{B}{X} \geqslant \frac{P_x}{P}\ ;\ \frac{R}{X} \leqslant \frac{P}{P_x}\ ;\ \frac{R}{X}\frac{X}{B} \leqslant \frac{P}{P_x}$$

Vemos que conviene elegir $P_x = Q$ y $R/X.X/B = P/Q$ ya que cualquier otra elección bajaría la sensibilidad sin ninguna otra ventaja.Para acabar de determinar la solución del problema sólo nos queda por elegir una de las relaciones R/X o B/X. Tomemos como variable B/X y llamésmola b

$$b = B/X$$

Se tiene $R/X = b.\ P/Q$. Se entiende que b sólo puede tomar valores que cumplan $b \geqslant Q/P$, $b.\ P/Q < P/Q$ o sea $Q/P \leqslant b \leqslant 1$.-

(12a) se escribe

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{\frac{Rg}{X}(1 + \frac{Q}{Pb}) + b + 1}{\sqrt{\frac{Q}{X}}} .\ i_g \text{ min.}$$

Se trata de hallar qué valor de b, para i_g min. dado, hace $\frac{\Delta X}{X}$ mínimo. La función $\frac{Rg}{X}(1 + \frac{Q}{P.b}) + b + 1$ tiene un mínimo para $b = \sqrt{\frac{Rg}{X}\frac{Q}{P}}$. Ese mínimo sólo está dentro del intervalo posible de valores de b si $Q/P < R_g/X \leqslant P/Q$. Si esto se cumple se elige $B/X = \sqrt{\frac{Rg}{X}\frac{Q}{P}}$ resultando $\frac{R}{X} = \sqrt{\frac{Rg}{X}\frac{P}{Q}}$ y $U = (\frac{R}{X} + 1)\sqrt{Q.X}$.-

En caso contrario se da a B/X el valor posible más próximo al mínimo, es decir, $\frac{B}{X} = \frac{Q}{P}$.˙. $\frac{B}{X} = 1$ si $\frac{Rg}{X} < \frac{Q}{Q}$ y $\frac{B}{X} = 1$.˙. $\frac{B}{X} = \frac{P}{Q}$ si $\frac{P}{Q} < \frac{Rg}{X}$.-

2° $Q \geqslant P$. En este caso se ve inmediatamente que conviene elegir $P_R = P_b = P$, porque si no se hiciera tal elección, y siendo $P_a/P_x = R/X.\ X/B$, se bajaría R/X o X/B sin ninguna ventaja. En cuanto a la elección de P_a y P_x que deben ser respectivamente menores que P y Q observemos que $P_x = P.\ B/X$ y que $B/X = R/X$. Entonces, volviendo a tomar como variable b, se tiene

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{(b+1)(\frac{Rg}{X} + 1)}{\sqrt{P.b}} \sqrt{X}\ i_g \text{ min.}$$

cuyo máximo es para $b = 1$. Se deduce que conviene elegir las cuatro resistencias iguales y gastar la potencia P en cada una de ellas.-

Los máximos suelen ser poco acentuados, de modo que muchas veces es posible alejarse bastante de las condiciones de máxima sensibilidad sin perder mucho en ésta.-

Cuando se va a hacer una medida y se dispone de varios galvanómetros distintos será necesario estudiar en cada caso particular cual es el más conveniente, buscado el $\Delta X/X$ que se obtiene con cada uno de ellos.-

Obsérvese que dentro de esta elección de constantes resulta siempre R la mayor o una de las mayores de las resistencias del puente, de modo que se justifica tomarla siempre como variable. En casos en que la elección de constantes no se haga según estas normas, en particular cuando el amortiguamiento del galvanómetro impone que B sea mayor que X, A es mayor que R, y puede haber interés en tomarla como variable.-

No damos aquí detalles sobre la realización práctica de las medidas, que se encontrarán en otro lugar.-

II.- MEDIDA DE RESISTENCIAS PEQUEÑAS.-

Para que una pequeña resistencia esté definida debe tener bornes de entrada de la corriente, E, (fig.1) y bornes de tomas de potencial P, convenientemente dispuestos respecto a E para que esté bien definido el potencial de las secciones P entre las cuales se mide la resistencia. Eso exige también que las corrientes deriva-

das en P sean pequeñas frente a la que circula por la resistencia.-

MÉTODOS DERIVADOS DEL PUENTE DE WHEATSTONE.- No es posible medir una resistencia pequeña con un puente de Wheatstone sin ninguna modificación porque el puente hace intervenir las resistencias totales entre nudos, y siempre, cualquiera que sea el montaje que se haga, quedarán resistencias de contacto y conexiones en serie con la resistencia a medir o con una de las resistencias de comparación que debe también ser muy pequeña. En efecto, se cumple R.B = A. X y si R y B son ambas de valores medios, resultaría A muy grande; de modo que R o B deben ser del orden de X, y siempre conviene elegir R chica y B grande para que la corriente derivada en P sea chica frente a la que circula por X y para que el galvanómetro trabaje en un circuito de resistencia conveniente. En la fig. 2 vemos que es posible conseguir que todas las resistencias de conexiones queden en serie con resistencias grandes excepto la conexión entre R y X, que quedará en serie o bien con X o bien con R.- La medida en esas condiciones no puede hacerse. Pero puede utilizarse un método modoficado, que consiste en efectuar el esquema de la fig.2 y hacer dos medidas, una con la llave ℓ en la posición 1 y otra con la misma llave en la posición 2; actuando sobre las resistencias A y B, que son ahora las variables, se tiene en el primer caso

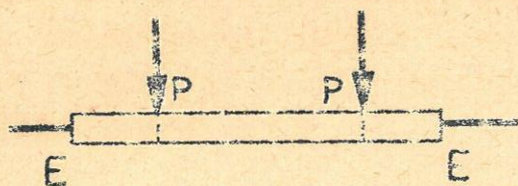


fig II-1

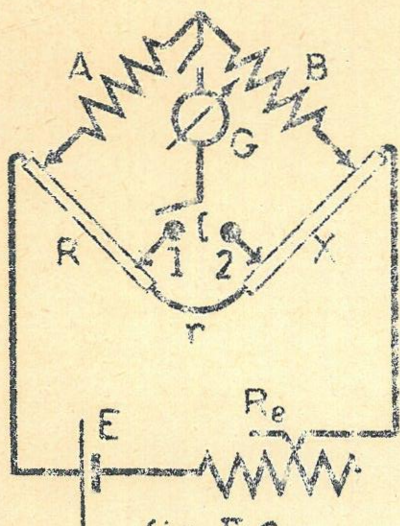


fig II-2

$$\frac{A_1}{B_1} = \frac{R}{r+X}$$

y en el segundo

$$\frac{A_2}{B_2} = \frac{R+r}{X}$$

que son dos ecuaciones con dos incógnitas, X y r, que permiten eliminar r y despejar el valor X. Con el mismo principio se han propuesto otras variantes del puente, que no estudiaremos. Tampoco haremos el estudio de la precisión de este método ya que todas las medidas precisas se efectúan por el método del puente de Thomson o el potenciómétrico.-

PUENTE DE THOMSON.- Este método, que es uno de los mejores para medir pequeñas resistencias, elimina la influencia de la resistencia de conexión r shuntándola por dos resistencias grandes C y D, como se ve en el esquema de la fig.3, elegidas de tal modo que la resistencia r desaparece de la ecuación de equilibrio, como veremos a continuación. Puede verse en la misma figura que todas las otras resistencias de conexiones quedan en serie con alguna de las cuatro resistencias A, B, C y D, que son grandes.-

Es fácil encontrar la condición de equilibrio del puente transformando el triángulo C, D, r, en la estrella que se ve en la fig. 4, lo que transforma el puente en uno de Wheatstone cuya condición de equilibrio es

$$A\left(X + \frac{Cr}{C+D+r}\right) = B\left(R + \frac{Cr}{C+D+r}\right) \qquad (1)$$

de donde se deduce que

$$X = \frac{B}{A} R + \left(\frac{B}{A} - \frac{D}{C}\right) \frac{Cr}{C+D+r} \qquad (2)$$

Si se eligen las resistencias de modo que siempre se cumpla

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \qquad (3)$$

el segundo término del segundo miembro de (2) desaparece, y la condición de equilibrio queda reducida a

$$X = \frac{B}{A} R \qquad (4)$$

en la que no figura la resistencia r.-

fig II-3

Para que se cumpla la condición (3) se hace siempre A=C y B = D.-

En algunos puentes A, B, C y D son fijas y R es una resistencia variable (hilo calibrado). En otros tipos más precisos R es una resistencia fija, A = C son variables (los cursores de A y C están unidos mecánicamente de modo que siempre varían simultáneamente) y B = D pueden tomar algunos valores "redondos".-

fig II-4

Estudiemos ahora la precisión del método. Si se pudiese obtener exactamente el equilibrio y se cumpliese también exactamente (3) se calcularía X por (4), cometiéndose en la medida sólo un error igual a la suma de los errores de calibración de R, A y B.-

Pero en realidad las resistencias A, B, C, y D están ajustadas con cierta precisión que permite en cada una de ellas un error relativo máximo Σ (tomamos iguales los errores relativos máximos ya que las cuatro resistencias son de construcción análoga) de modo que no podemos decir que $\frac{B}{A} - \frac{D}{C}$ sea nulo, sino que tendrá un valor no nulo pero menor de $4\Sigma \times \frac{B}{A}$. De modo que al suponer el término nulo cometemos un error relativo máximo sobre X igual a

$$\frac{4\Sigma \frac{B}{A} \frac{Cr}{C+D+r}}{X} \simeq \frac{4\Sigma r}{R+X} .$$

Vemos que este error es proporcional a r y evidentemente sería nulo si r fuese cero. De modo que para reducir ese error conviene hacer la conexión r de la menor resistencia posible.-

El error total cometido sobre rX debido a todas estas causas es pues

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{\Delta R}{R} + 2\Sigma + \frac{4\Sigma r}{X+R} \qquad (5)$$

En varios textos se recomienda un método para constatar la presencia del error debido a la falta de cumplimiento de la condición (3). El método consiste en equilibrar el puente de Thomson y una vez equilibrado cortar la conexión r y observar si el puente de Wheatstone obtenido está en equilibrio, lo que sólo ocurrirá si la condición (3) se cumple con mucha exactitud. Pero este método

no es muy demostrativo, porque en general ocurrirá que basta q.. un valor de Σ muy pequeño para que la corriente en la diagonal del puente de Wheatstone sea muy grande, como lo demuestra un simple cálculo, de modo que aún cuando el puente de Thomson esté en perfectas condiciones esta verificación, interpretada literalmente, lo haría aparecer como falso.-

Se recomiendan diversos procedimientos para reducir o tener en cuenta ese error en medidas de mucha precisión. Casi todos ellos se basan en el conocimiento "exacto" (interpretando esa palabra en el sentido de "con precisión grande respecto a la de cada resistencia por separado") de una de las relaciones A/B o C/D. No los vamos a describir aquí.-

También es posible tratar de variar r calculando en cada caso su valor con la mayor exactitud posible, obtener el equilibrio con diversos valores de r, trazar el gráfico de los diversos valores de X obtenidos en función de r. (Siempre que los valores de A no sean muy distintos para poder admitir que el valor de Σ, que en cada medida es el real, desconocido, correspondiente a ese valor de A, y no el máximo, no ha variado) y obtener el verdadero valor de X extrapolando en la curva para $r = 0$.-

Nos queda por estudiar el error por falta de equilibrio, debido a que el galvanómetro no puede apreciar exactamente cuando $i_g = 0$. Siguiendo el mismo procedimiento que en el puente de Wheatstone, calcularemos la corriente que pasa por el galvanómetro cuando X varía en ΔX a partir de su valor de equilibrio (variación ficticia equivalente a la variación real, que es, o bien de R, o bien de $A = C$). Expresaremos la corriente en el galvanómetro en función de la corriente I gastada por la fuente, que es muy aproximadamente igual a la que circula por X y R, ya que la corriente derivada en las otras cuatro resistencias es muy pequeña frente a I.-

Empecemos por hallar la corriente para seis valores cualquiera de las resistencias A, B, C, D, R y X. Resolviendo el circuito por cualquier método se encuentra que

$$i_g = I \frac{B'R' - A'X' + \frac{r(C'B' - A'D')}{C'+D'+r}}{R_g(A'+B'+R'+X') + (A'+R')(B'+X') + \frac{C'D'(A'+B'+C'+D'+r) + rD'(A'+R'+R_g) + rC'(B'+X'+R_g)}{C'+D'+r}}$$

Despreciando r frente a las otras resistencias y poniendo $C' = A'$, $D' = B'$, resulta

$$ig = I \frac{B'R' - A'X'}{Rg(A'+B'+R'+X') + (A'+R')(B'+X') + \frac{A'B'}{A'+B'}(A'+B'+R'+X')}$$

Escribiendo esta expresión para el caso en que $A' = A$, $B' = B$, $R' = R$, valores de equilibrio, y en que X' difiere en ΔX de su valor de equilibrio X, $X' = X + \Delta X$, y reemplazando A por B.R/X

$$ig = I \frac{\frac{\Delta X}{X}}{\frac{Rg}{X}(1+\frac{X}{R})(1+\frac{X}{B}) + (2+\frac{X}{B})(1+\frac{B}{X})} \qquad (6)$$

Como por el principio mismo del método se tiene $B >> X$, la expresión (6) se puede escribir

$$ig = \frac{I\,\Delta X/X}{\frac{Rg}{X}(1+\frac{X}{R}) + 2\frac{B}{X}} = \frac{I\,\frac{\Delta X}{X}}{\frac{Rt}{X}(1+\frac{X}{R})} \qquad (7)$$

llamando R_t a la resistencia total del circuito del galvanómetro.-

Esta expresión nos permite calcular el error $\Delta X/X$ cometido al hacer una medida con un galvanómetro que permite apreciar una i_g dada, que se sumará a los ya vistos.-

Podemos ahora discutir la sensibilidad del método y la elección de los valores de B, R, e I que permiten hacer la medida con la máxima precisión. En este caso ya no vale la observación hecha

a propósito del puente de Wheatstone, de que la sensibilidad en general será siempre suficiente. Por el contrario, una mala elección de constantes puede aquí imposibilitar la realización de la medida.

La sensibilidad del método está limitada por la máxima corriente que soportan las resistencias X y R (o que puede gastar la batería de alimentación, ya que tratándose aquí de corrientes muy grandes, hay que contemplar esa posibilidad) y por el amortiguamiento del galvanómetro, que hace que R_t deba ser superior a cierto valor límite. Las potencias gastadas en las resistencias A, B, C y D, nunca llegarán a valores elevados, de modo que no las tendremos en cuenta.-

Estudiemos primero el caso en que lo que limita la sensibilidad es la máxima corriente que puede gastar la batería, I_m, sin que ni X I_m^2 ni R I_m^2 ni R I_m^2 lleguen a las potencias máximas P y Q en R y X respectivamente. Entonces las condiciones de mayor sensibilidad son: R_t lo menor que permita el galvanómetro, y R grande frente a X. Obsérvese que desde el punto de vista de la sensibilidad no vale la pena pasar de $\frac{X}{R} < 0{,}2$ ya que el aumento de sensibilidad sería insignificante. Pero debe tenerse en cuenta que la elección de R influye sobre el valor de equilibrio que tendrá A, y es necesario que este valor sea lo suficientemente grande como para que el ajuste de A se haga con un número de cifras suficiente. Por este motivo es que siempre conviene poner la resistencia a medir del lado del puente correspondiente a B, como aparece en la fig.3 porque debiendo ser, como veremos, siempre R mayor o por lo menos igual que X, resultará A mayor o igual a B, y siendo grande se ajustará con mayor precisión.-

Si lo que limita la sensibilidad son las potencias máximas P y Q que se pueden gastar en R y X respectivamente, y el amortiguamiento fija un valor mínimo de R_t, se elegirá P_R igual a P, cosa conveniente en todos los casos, y $P_X = P$ si $Q > P$ o igual a Q si $Q < P$. Queda así determinado el valor a dar a R. Puede a veces ocurrir que los valores de A o B obtenidos con estos criterios no sean convenientes prácticamente; entonces en cada caso particular habrá que estudiar como se pueden modificar los resultados de modo que sin alejarse mucho de las condiciones de mayor sensibilidad se obtengan valores de las resistencias convenientes. Por supuesto, es imposible aquí entrar en más detalles.-

Los datos relativos a la realización de la experiencia y otros detalles de orden práctico se encontrarán en otro lado.-

MÉTODO DE OPOSICIÓN O POTENCIOMÉTRICO.- Este método, que se usa no sólo para la medida de resistencias pequeñas sino también para la medida de resistencias medias, elimina completamente la influencia de las resistencias de contactos, (cosa que no consigue el puente de Thomson) haciendo que obren en un circuito que no está recorrido por ninguna corriente.-

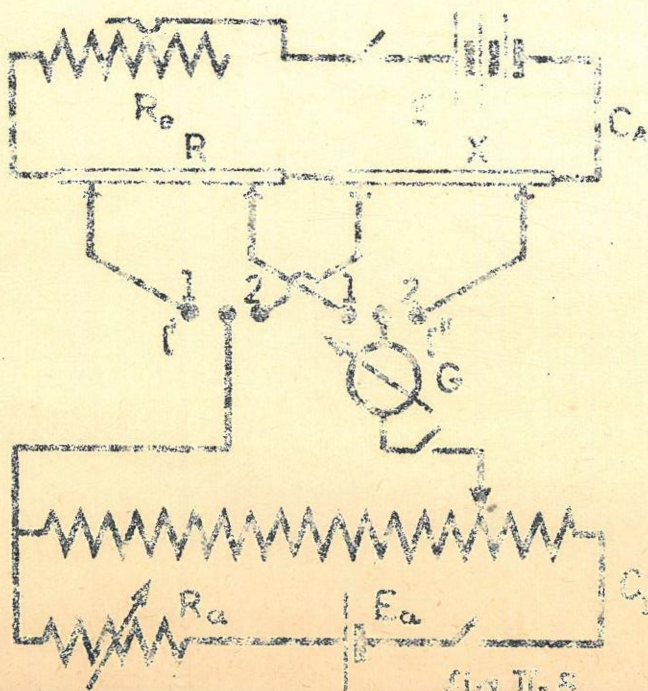


fig. II. 5

El esquema del método se ve en la fig.5. Se disponen dos circuitos C_A y C_B que deben estar perfectamente aislados uno del otro. El circuito C_A comprende en serie la resistencia a medir X, una resistencia de

comparación R, y está recorrido por una corriente I. El otro circuito es el de un potenciómetro, que en la fig.5 hemos representado en la forma más simple posible, como constituído por una resistencia con un cursos, recorrida por la corriente de alimentación I_a. Con este potenciómetro se miden sucesivamente las d.d.ps que la corriente I produce en las resistencias R y X. Siendo R_R la resistencia del potenciómetro hasta el cursor que equilibra la d.d.p. producida en la resistencia R y R_x la que equilibra la d.d.p. producida en X se tendrá,

$$\frac{X}{R} = \frac{R_x}{R_R}$$

El potenciómetro puede consistir en un hilo calibrado, en dos cajas de resistencias idénticas o en uno cualquiera de los tipos de potenciómetros que se encuentran en el comercio y que se estudian en otro lugar.-

El error de medida se compone del error de calibración de la resistencia de comparación y de las resistencias del potenciómetro

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta(R_x/R_R)}{R_x/R_R}$$

en que $\frac{\Delta(R_x/R_R)}{R_x/R_R}$ debe estudiarse en cada caso particular, y del error debido a falta de equilibrio, porque el galvanómetro tiene cierta sensibilidad limitada. El estudio de este último error lo hacemos en otro lugar (Potenciómetros), limitándonos aquí a dar los resultados. Llamando R_A a la resistencia total del circuito C_A recorrido por la corriente I y R_B la resistencia total del circuito del potenciómetro, al medir la d.d.p. en los bornes de R se comete un error relativo

$$\Sigma_R = \frac{i}{RI}\left[\frac{R_R(R_B-R_R)}{R_B} + Rg + \frac{R(R_A-R)}{R_A}\right]$$

y al medir la d.d.p. en los bornes de X se comete otro error

$$\Sigma_X = \frac{i}{XI}\left[\frac{R_X(R_B-R_X)}{R_B} + Rg + \frac{X\ (R_A-X)}{R_A}\right]$$

siendo el error total la suma de ambos.-

Para que la medida se haga con precisión, conviene, cuando se usa un potenciómetro, que la corriente I y la resistencia R se elijan de modo que las d.d.ps R I y XI se midan con la mayor precisión. Cuando se utilizan cajas de resistencias conviene hacer de modo que I sea grande y que las resistencias R_A y R_B sean lo menores posibles.-

El método reposa en la constancia de las corrientes I e I_a de una a otra medida. La corriente I_a es pequeña y es fácil de mantener constante, no así la primera, que en el caso de medir pequeñas resistencias puede ser muy grande. Entonces conviene controlar la constancia de I efectuando medidas cruzadas.-

Como dijimos al principio, es necesario que la aislación entre los dos circuitos C_A y C_B sea muy buena, porque podrían producirse fugas de corriente que se cerrasen por el galvanómetro, alterando la posición del cero. A veces la obtención de esa aislación es la mayor dificultad que se encuentra al utilizar este método. Para verificar que no hay fugas se puede abrir la llave ℓ' y cerrar la llave del galvanómetro, que si no hay fugas debe quedar en cero.-

III.- MEDIDA DE GRANDES RESISTENCIAS.-

Las grandes resistencias que se miden generalmente son de dos clases: sólidas y líquidas. Las sólidas son en general resistencias de aislación de cables y resistencias de dieléctricos en chapa que se van a utilizar como aislantes.-

Al ensayar un dieléctrico sólido hay que distinguir entre la corriente que pasa por su masa, que permite definir la resistividad de maaa del dieléctrico, y la que pasa por su superficie, que permite definir la resistividad superficial. Ambos valores, especialmente el último, son función de la temperatura, la humedad y también, en al

gunos casos, de la tensión aplicada al dieléctrico. De manera que siempre que se indique un valor de resistividad hay que especificar en que condiciones fué hallado.-

Una de las mayores dificultades que se presentan al hacer medidas de resistencias muy elevadas consiste en que si no se toman precauciones especiales la aislación del circuito de medida puede ser del mismo orden, o aún de orden menor que la resistencia a medir. Esta es fundamentalmente la causa por la cual ninguno de los métodos vistos hasta ahora puede ser aplicado a la medida de las grandes resistencias. Todos los métodos adecuados a este fin se caracterizan por las disposiciones tomadas para evitar que la influencia de las fugas reste valor al resultado de las medidas.-

Un problema que se presenta al hacer estas medidas es como conectar la resistencia a ensayar al circuito de medida. Cuando se quiere hallar la resistividad de masa de un dieléctrico sólido, se trabaja éste en forma de placa de dimensiones aproximadamente 10 x 10 x 1 cm., de caras bien paralelas y planas, y se aplican a dos caras opuestas electrodos que deben hacer buen contacto en toda la superficie de la placa, lo que es bastante difícil de conseguir. Se pudo constatar experimentalmente que muchos tipos de electrodos originaban fenómenos, que se conocen bajo el nombre de fenómenos de polarización, cuyo efecto consistía en que la resistencia dependía del tipo de electrodo empleado, de la presión ejercida sobre él y del sentido del pasaje de la corriente, siendo los resultados de las medidas efectuadas en esas condiciones completamente irregulares. Todo esto se debe, verosimilmente, a defectos de contacto entre la superficie del electrodo y la superficie del dieléctrico.-

Hay electrodos, como los de mercurio, en que estos fenómenos casi no se manifiestan, y a ellos hay que recurrir en las medidas de cierta precisión.-

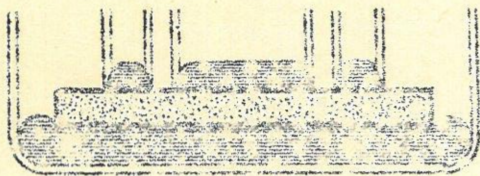


fig III-1

Un electrodo de mercurio se realiza haciendo que la placa a ensayar flote sobre un baño de mercurio (fig.1) y colocando sobre la cara superior un cilindro c de borde afilado en el que se echa mercurio. Los conductores de conexión se introducen en las dos masas de mercurio.-

Con este dispositivo tal como lo acabamos de describir se presenta el problema de que no está claramente definida cual es la trayectoria de la corriente en el interior del dieléctrico, de modo que para calcular la resistividad no se sabe cual superficie ni longitud tomar. Pero, por este motivo y otros que se verán más adelante, se coloca siempre, alrededor del electrodo superior un anillo de guardia a, formado por dos cilindros concéntricos al primero, entre los que se echa mercurio, y que está conectado a un punto del circuito casi al mismo potencial del electrodo superior, y elegido en tal forma que la corriente recogida por ese electrodo de guardia no interviene en las medidas. Se puede así admitir que las líneas de corriente son normales a la superficie de la placa y se puede tomar como valor de S para el cálculo de la resistividad la superficie del electrodo superior (lo que en realidad no es completamente exacto, porque están las líneas de corriente que circulan por el espacio entre el electrodo y el anillo de guardia) y como longitud el espesor de la placa.-

Otro tipo de electrodo es el de estaño: se hace contacto sobre ambas caras de la placa con hojas de estaño, que deben adherirse perfectamente; para conseguir eso se coloca sobre cada hoja de estaño una hoja de goma (fig.2) y se comprime fuertemente el conjunto, que descansa sobre una superficie de mármol liso, por medio de pesos. Este electrodo da también resultados bastante buenos con un valor de la presión moderado, unos 0,5 kg/cm^2.-

Por último otro tipo de electrodo bastante usado pero que debe desecharse completamente por su mal resultado, es el de granalla de plomo, que tiene el electrodo inferior como el de estaño, y el superior formado por un cilindro de borde afilado lleno de granalla de plomo.-

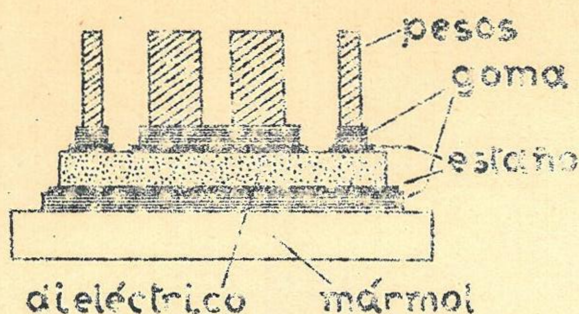
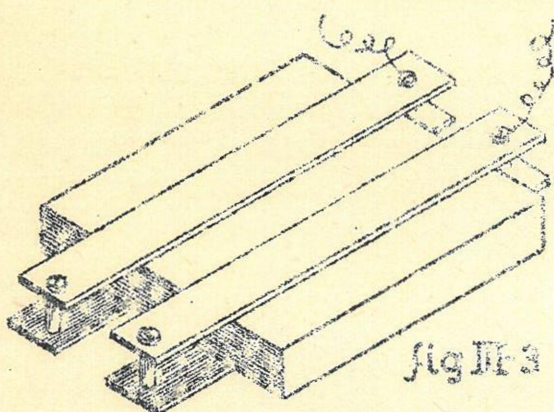


fig III-2

Cuando no se está seguro de la calidad de los electrodos, deben hacerse siempre dos medidas de la resistencia con corriente pasando en los dos sentidos; la diferencia entre los resultados nos dará datos sobre la calidad de los electrodos y sobre la confianza a que se puede tener en los resultados. Los resultados obtenidos con electrodos de mala calidad son evidentemente mayores que los verdaderos porque a la resistencia propia del dieléctrico se agrega la del contacto.-

Para medir la resistividad superficial, se trabaja el ejemplar en la misma forma que para el caso anterior (fig.3), y se aplica sobre su superficie, que debe estar bien limpia, dos bandas metálicas a 1 cm. de distancia entre sí. Para asegurar un buen contacto se enrolla papel de estaño alrededor de las bandas y se las aplica sobre el aislante efectuando una presión elevada por medio de los bulones b. Se mide la resistencia entre las dos bandas y se deduce la resistividad superficial.-


fig III-3

En los ensayos de cables interesa medir la resistencia entre el alma del cable y la superficie, que se expresa por unidad de longitud del cable. Cuando el cable tiene varias vías, hay que hallar la resistencia entre las diversas vías entre sí y con la superficie. Cuando se trata de medir la resistencia entre dos vías, se hace contacto con éstas soldando un conductor a cada una, pero cuando se trata de medir la resistencia entre una vía y la superficie, puede haber dificultades para hacer contacto con esta última. Si el cable es bajo plomo, el contacto se hace simplemente soldando un conductor sobre la envolvente, pero si la superficie del cable es aislante, la única forma de conseguir un contacto bueno y uniforme sobre toda la superficie es sumergir el cable en un recipiente con agua en la que se introduce el otro electrodo; el agua es suficientemente conductora para realizar un buen contacto, y si es necesario se le puede agregar alguna sal. Las normas que rigen estos ensayos exigen que el cable permanezca 24 horas en el agua antes de efectuar la medida, y prescriben también la temperatura del agua.-

Por supuesto, ambos extremos del cable deben estar fuera del agua y la superficie cortada debe estar limpia y seca para evitar corrientes superficiales. Las normas prescriben que los extremos del cable se corten como indica la fig.4 e indican las distancias l y l'.-

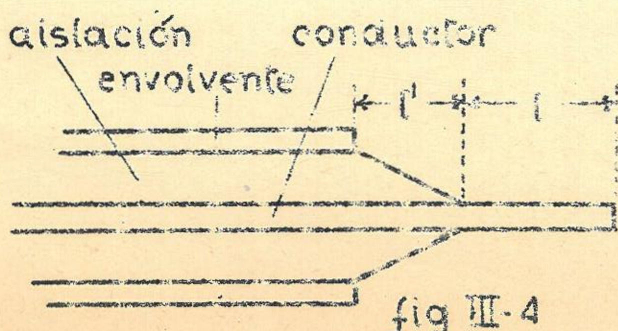


fig III-4

Con este tipo de electrodo se manifiestan siempre fenómenos de polariza-

ción. Se ha observado que las resistencias obtenidas son siempre menores cuando se conecta el polo negativo de la batería al alma del cable, por eso algunas normas prescriben que los ensayos se realicen en esas condiciones, para que la polarización no enmascare el defecto. Otras normas dicen que se deben efectuar ensayos con las dos polaridades.-

Para medir la resistividad de un dieléctrico líquido, se lo coloca en un recipiente aislante, en general de forma cilíndrica, provisto de dos electrodos.-

Otra causa de dificultades en las medidas de grandes resistencias es el fenómeno de absorción que presentan todos los dieléctricos, que hace que la resistencia aparente se vea influída por el tiempo de permanencia del dieléctrico bajo tensión y por las electrificaciones anteriores.-

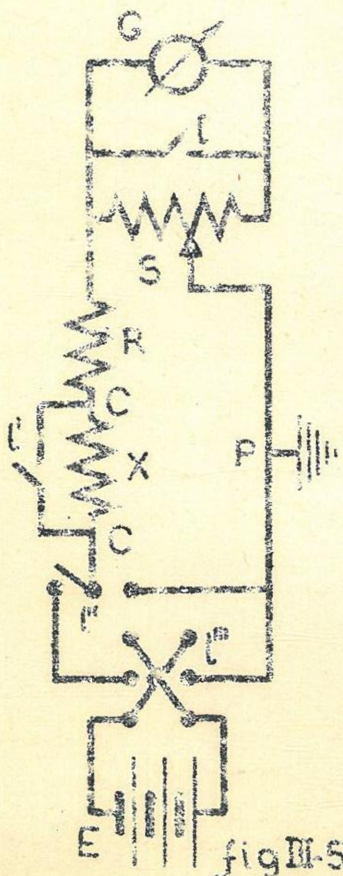
Al estudiar cada método en particular veremos como se tienen en cuenta todas estas circunstancias, pero lo dicho basta para darse cuenta de que las medidas de grandes resistencias son poco precisas; en general nunca se debe contar con una precisión mayor del 10°/° y si no se efectúan las medidas en las mejores condiciones el error puede ser mucho mayor. La precisión del 10 °/° es muy suficiente para la casi totalidad de las medidas.-

MÉTODO DIRECTO.- Este método es el mejor para medir grandes resistencias, pero no sirve para la medida de todas ellas sino sólo de las menores de unos 10^{12} ohms aproximadamente. Podría usarse también para medir resistencias medias (y en realidad el método voltamperimétrico tiene el mismo principio) pero para ese fin existen otros métodos más precisos.-

El método consiste en colocar la resistencia a medir en serie con un galvanómetro y una fuente de f.e.m. E; como frente a X son despreciables todas las otras resistencias del circuito, se tendrá

$$X = \frac{E}{I}$$

donde I se mide con el galvanómetro. Para calcular I sería necesario conocer la sensibilidad del galvanómetro, pero prácticamente el circuito se dispone como se ve en la fig.5 donde se agrega la resistencia R que permite calibrar el galvanómetro en la misma experiencia y evitar la medida de E, reemplazándola por el conocimiento del valor de R. Como es imposible prever el valor que tendrá I,y además, como durante la calibración del galvanómetro la corriente que va a pasar por el circuito puede ser muy distinta que durante la medida de X, es preciso que el galvanómetro, que debe ser muy sensible en intensidad, esté provisto de un shunt, de preferencia del tipo universal.-



La medida se efectúa poniendo primero X en corto-circuito por medio de la llave ℓ' y con la llave ℓ'' en la posición de trabajo 01 se regula el shunt hasta que el galvanómetro dé una desviación conveniente d_1 que se anota, así como el valor del poder multiplicador del shunt m_1. Luego se introduce X en circuito y se vuelve a regular el shunt hasta que el galvanómetro produzca otra desviación conveniente d_2, anotándose los valores de d_2 y del poder multiplicador del shunt m_2 (1). Se tiene entonces

(1) En todos los casos en que usemos el galvanómetro para medir desviaciones, prescindiremos del error debido a falta de proporcionalidad entre d y Θ, entendiéndose que se hizo la corrección si esta es importante.-

$$\frac{X+R}{R} = \frac{d_1 m_1}{d_2 m_2} \qquad (1)$$

y si R << X, como suele ocurrir, se tiene simplemente

$$\frac{X}{R} = \frac{d_1 m_1}{d_2 m_2} \qquad (2)$$

aunque por supuesto en cada caso hay que asegurarse de que esa aproximación se puede hacer.-

Otra forma de proceder es poner R en corto-circuito al efectuar la segunda medida, de modo que en cualquier caso se cumplirá exactamente (2), pero dejar R tiene la ventaja de que si la resistencia X a ensayar tiene un valor mucho menor del que se había previsto (por ejemplo, por estar el aislante deteriorado) queda protegido el galvanómetro. En cambio el dejar R tiene algún inconveniente que mencionaremos más adelante.-

La resistencia R debe tener cierta precisión, de manera que su valor no puede pasar de 10^6 ohm, ya que actualmente no se construyen resistencias precisas de mayor valor.-

Para que el método sea aplicable es necesario que la desviación d_2 sea por lo menos de algunos centímetros, ya que en caso contrario el error sería enorme.-

El valor de la tensión E está impuesto por las normas que piden que esté comprendido entre 100 y 500 volts. Entonces, como la máxima sensibilidad de los galvanómetros es $S_A^{-1} = 10^{-11}$ resulta que sólo se pueden medir resistencias menores de $10^{12}\,\Omega$.-

Veamos como este método elimina la influencia de las fugas en el circuito. Suponemos que el método se emplea para la medida de resistividades de masa o para la medida de resistencias de aislación de cables. En estos casos hay dos causas que influyen sobre la desviación del galvanómetro y por lo tanto sobre la precisión del método. Por un lado tenemos las corrientes que pasan por la superficie del dieléctrico y luego circulan por el galvanómetro. Si no se impidiese que estas corrientes pasaran por el galvanómetro, se mediría en realidad el conjunto de las resistencias de masa y superficial en paralelo, y la resistencia de masa aparente deducida de la medida sería menor que la verdadera. Por otro lado, están las fugas en la parte de circuito comprendida entre el electrodo de contacto con X y el galvanómetro; esas corrientes de fugas han pasado por la resistencia a medir pero no pasan por el galvanómetro, de modo que su efecto es hacer aparecer la resistencia a medir mayor de lo que es en realidad.-

Para evitar la primera causa de error se utiliza el electrodo de guardia, del que ya se ha hablado a propósito de otra de sus finalidades. Este electrodo recoge la corriente superficial y la lleva por un conductor especial hasta un punto P colocado después del galvanómetro (fig.6). El electrodo de guardia, A, cuyo potencial es muy próximo al de C_1 debe colocarse por este motivo lejos del electrodo C_2, para que no se produzca una descarga superficial, pero no demasiado cerca de C_1, para que no capte parte de la corriente de masa que corresponde a C_1.-

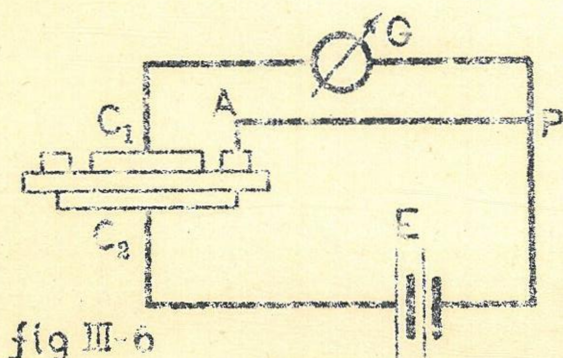
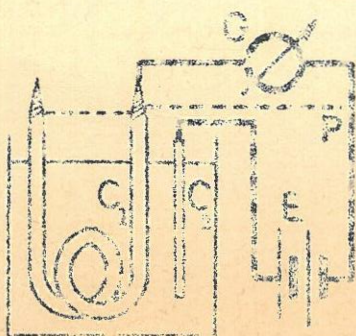


fig III-6

En un cable se forma el electrodo de guardia enrollando unas vueltas de hilo conductor sobre el dieléctrico, cerca de los dos extremos del cable, como se ve en la fig.7: el hilo luego se conecta al punto P



del circuito.-

En cuanto a las fugas en la parte del circuito comprendida entre el electrodo y el galvanómetro, es inútil tratar de reducirlas mejorando la aislación de esa parte del circuito; por bueno que sea el aislador, su conductividad superficial debida a la humedad, basta para que se produzcan fugas importantes. Lo que se debe hacer es tratar de mantener esa parte del circuito a un potencial lo más próximo posible al de tierra; eso se consigue colocando todos los aparatos correspondientes a esa parte sobre aisladores que descansan sobre una placa metálica que se conecta al punto P del circuito. De este modo la d.d.p. entre la parte C_1G del circuito y tierra es sólo la caída de potencial en el galvanómetro, que es muy pequeña (si R queda en circuito al hacer la medida de X, esa d.d.p. aumenta algo). En esta forma la corriente de fugas queda reducida al mínimo.-

Debe cuidarse especialmente la aislación de la llave ℓ' (fig. 5) que, abierta, queda en paralelo con la resistencia a medir. Su resistencia de aislación debe ser mucho mayor que X.-

Cuando se ensaya un cable colocado dentro de un tanque con agua, las fugas más importantes se producen entre el tanque, que está al potencial de un polo de la batería, y el polo opuesto, y hay que impedir que esas corrientes de fugas circulen por el galvanómetro, para lo cual las conexiones deben hacerse como se ve en A de la fig.8 y no como en B de la misma figura, es decir, el galvanómetro debe conectarse directamente al cable y no al electrodo.

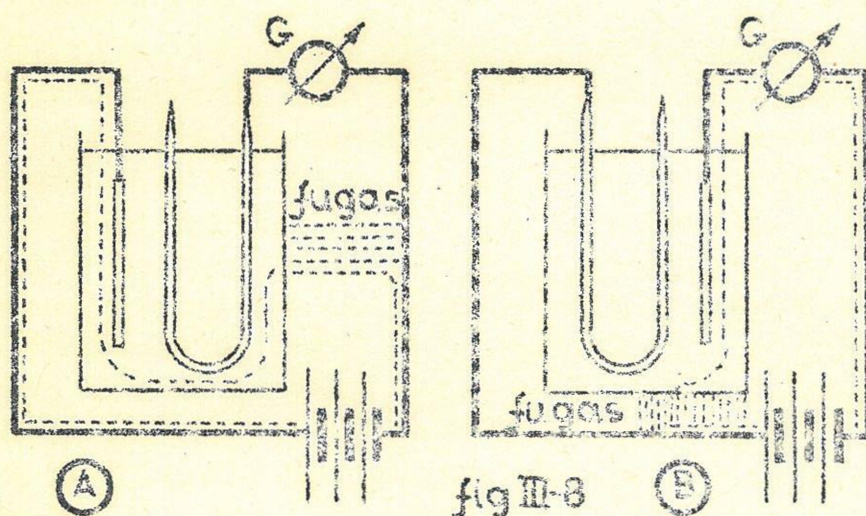


fig III-8

En la misma figura se han representado en línea de puntos la trayectoria de la corriente de fugas; vemos que con la primera conexión ésta no pasa por el galvanómetro y por lo tanto no influye en la medida.-

Veamos ahora como se tiene en cuenta la absorción: suponiendo que el ejemplar no tiene ninguna carga residual, la corriente que pasa después de cerrar el circuito se compone de: a) corriente de carga del condensador formado por el dieléctrico y los electrodos, que desaparece en muy poco tiempo; b) corriente de absorción del dieléctrico, que decrece con el tiempo pero que puede persistir durante horas y hasta meses y c) corriente de conductancia, que debería ser la única medida. La primera corriente se puede eliminar fácilmente haciendo la medida al cabo de un tiempo suficiente como para que se pueda despreciar. Si R no está en circuito conviene tener el galvanómetro en corto-circuito durante ese intervalo de tiempo porque la corriente inicial de carga puede ser muy grande y perjudicar al galvanómetro.-

La influencia de la absorción no se puede eliminar tan fácilmente, porque en general no es posible esperar todo el tiempo necesario como para que su corriente sea despreciable. Entonces, con la finalidad de obtener resultados comparables entre sí, se ha convenido en tomar como resistencia la correspondiente a toda la corriente que pasa después de un minuto de estar el ejemplar bajo tensión. Esto exige que al empezar la medida el ejemplar no conser

ve ninguna carga residual, de modo que si no se está seguro de ello se le deberá mantener en corto-circuito un tiempo suficiente para que la corriente sea despreciable. A tal efecto se coloca la llave β'' en la posición 02; esa disposición tiene la ventaja de que el galvanómetro permite darse cuenta de la magnitud de la corriente residual.-

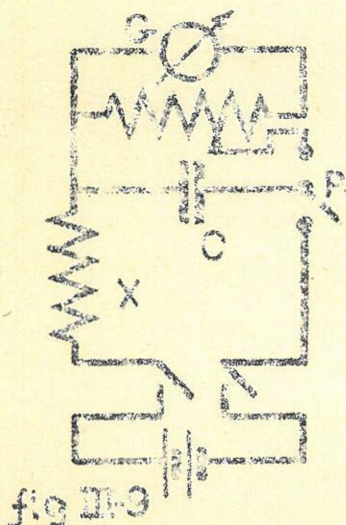
Durante la medida X está sometida siempre a una d.d.p. constante, de modo que si X depende de U, este método permite conocer la tensión de ensayo con toda exactitud.-

En cuanto a los errores de la medida, se podría calcular el error sobre X debido a los errores de la resistencia de comparación, del shunt y de las lecturas pero ese cálculo es casi inútil porque los errores más grandes son los debidos a las fugas y no pueden ser objeto de cálculo.-

Por el mismo motivo es inútil discutir cual debe ser el valor óptimo de R. De todo lo dicho se deduce que conviene tomar R igual a $10^6\Omega$, valor máximo que puede tomar, salvo si se midiese con este método una resistencia menor de ese valor, en cuyo caso conviene tomar R del orden de X.-

MÉTODO DE ACUMULACIÓN.- Este método sirve, teóricamente, para medir cualquier resistencia grande, y muchos autores lo discuten de acuerdo con ese criterio. Pero creemos que es inútil estudiar la aplicación del método a la medida de resistencias que pueden medirse por el método directo, que es preferible a éste; de modo que supondremos que la resistencia a medir es mayor de 10^{12} .-

El método consiste en colocar un condensador en serie con la resistencia a medir, bajo cierta d.d.p. (fig.9) y medir con un galvanómetro balístico la carga acumulada en ese condensador al cabo de un tiempo t.-



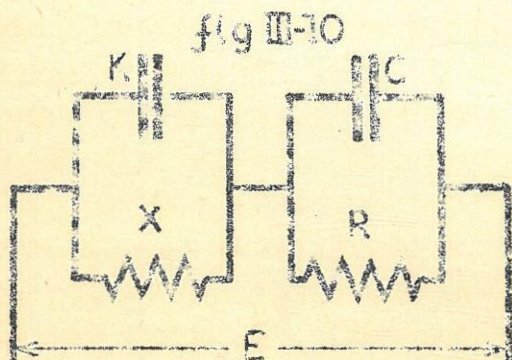
Vamos a encontrar la expresión de esa carga. Poniéndonos en el caso real de que C tiene cierta resistencia de fugas R_c y X cierta capacidad K, el circuito equivalente es el de la fig.10, y la carga q que toma C al cabo de t es

$$q = E \frac{R_c}{R_c+X} C \left(1 - e^{-\frac{R_c+X}{R_c X}\frac{1}{C+K}t}\right) \quad (3)$$

que en el caso ideal en que $R_c = \infty$ y $K=0$ quedaría reducida a

$$q = E\,C\left(1 - e^{-\frac{t}{CX}}\right) \quad (4)$$

La curva q(t) es la de la fig.11. Es también interesante la curva de la corriente de carga de C en función del tiempo, que es



$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{E_1 C}{XC+K}\, e^{-\frac{R_c+X}{R_c X}\cdot\frac{1}{C+K}t} \quad (5)$$

y que se ha representado en la fig. 12. En el caso en que $R_c = \infty, K = 0$,

$$i = \frac{E}{X}\, e^{-\frac{1}{CX}t} \quad (6)$$

Cuando X es tan grande como supusimos, el tiempo t es siempre, prácticamente lo suficientemente pequeño frente al tiempo práctico de carga total como para que se pueda limitar la expresión de q a los tres primeros términos de su desarrollo en serie

$$q = E\,\frac{C}{C+K}\,\frac{t}{X}\left(1 - \frac{t}{2X(C+K)} - \frac{t}{2R_c(C+K)}\right) \quad (7)$$

lo que equivale a confundir la curva i(t) de la corriente de carga del condensador con la tangente AC en el orígen a la misma curva, de modo que se reemplaza q = área OABD por q'= área OACD.-

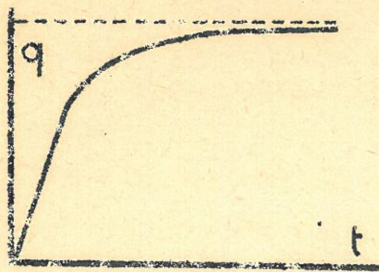


fig III-11

En general se puede elegir lo suficientemente grande frente a K como para que ésta sea despreciable frente a C (C vale en general 0,1 y 1 uF). Entonces

$$q = E\,\frac{t}{X}\left(1 - \frac{t}{2XC} - \frac{t}{2R_cC}\right) \qquad (8)$$

Cuando K es grande se debe emplear la fórmula completa, pero en ese caso es preferible medir X por el método de la pérdida de carga, que expondremos más adelante.-

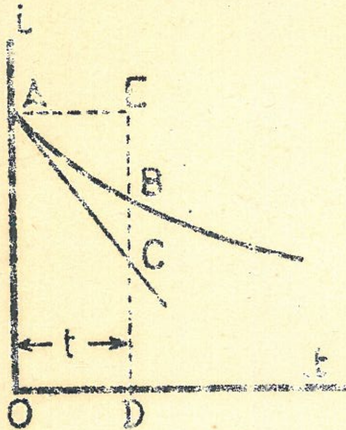


fig III-12

Para facilidad de los cálculos conviene también hacer de modo que los términos $t/2XC$ y $t/2R_cC$ sean despreciables frente a 1, resultando

$$q = \frac{Et}{X} \qquad (9)$$

Esta aproximación equivale a confundir la curva de la corriente de carga de C con una curva de i constante e igual al valor inicial E/X (curva CE), lo que equivale a confundir q con el área OAED.-

Hacer $t/2XC$ pequeño tiene además la siguiente importancia: dijimos que muchas resistencias dependen del valor de la d.d.p. aplicada en sus bornes; en este método varía la d.d.p. aplicada en los bornes de X, que pasa de E, al principio de la medida, a E - u, donde $u \cong Et/XC$; de modo que la variación relativa de la tensión en los bornes de la resistencia a medir es t/XC y conviene que sea pequeña. En esa variación de tensión reside una de las desventajas del método, que se hace sentir tanto más cuanto menor es X.-

En cuanto al otro término, $t/2R_cC$, hace intervenir la resistencia de aislación entre los bornes del condensador C, que no es sólo la resistencia de aislación propia del condensador sino también la del circuito entre sus bornes. R_c debería ser medida en cada caso. Es más simple arreglarse para que ese término sea despreciable; su valor aproximado se conoce dada la clase del condensador y la realización del circuito.-

Todo esto nos da un criterio para elegir t; debe ser lo suficientemente grande como para que q sea medible con precisión, así como la misma t, pero lo bastante pequeño como para que $t/2R_cC$ y $t/2XC$ sean pequeños frente a 1 (dada la precisión de la medida basta que esos términos no pasen de 0,01 o 0,02).-

La aislación del circuito debe cuidarse tomando las mismas precauciones que en el método directo. Se dispondrá un anillo de guardia y el punto P a tierra. Además debe cuidarse particularmente la aislación del circuito entre los bornes del condensador C.-

En lo referente a la absorción, el método no dá una solución satisfactoria. Si la acumulación de carga en el condensador se efectúa desde el primer instante de cerrar el circuito, se obtiene una carga total que incluye la tomada por K, la de absorción y la que realmente se quiere medir. Como la influencia de las dos primeras cargas depende del tiempo t, los resultados variarán con éste, sin que quede el recurso de fijar un tiempo standard porque la elección

de t depende, como vimos, de otras consideraciones.-

En general la influencia de la carga de K es despreciable, porque dijimos que el método sólo se aplicaría si $K << C$.-

Si la corriente de absorción desaparece rápidamente, se puede eliminar su carga, así como la de K, manteniendo C en corto circuito durante un tiempo suficiente como para que desaparezcan las corrientes de carga de K y de absorción y se empieza a contar t al decortocicuitar C. Se obtienen así muy buenos resultados, pero desgraciadamente este procedimiento no se puede utilizar en los casos en que la corriente de absorción tarda mucho en desaparecer.-

No consideramos la posibilidad de que C presente absorción porque actualmente se pueden realizar buenos condensadores de precisión con absorción despreciable.-

En cuanto al valor máximo de las resistencias que se pueden medir con este método vemos que admitiendo que t tenga como valor máximo 2000 seg. $E = 500$ V y con un galvanómetro balístico que pueda medir con cierta precisión 10^{-9} coulombs resulta X máxima igual a $10^{15}\,\Omega$.-

En el caso que se quiera, por un motivo particular, aplicar este método a la medida de una resistencia más pequeña que las consideradas hasta aquí será imposible elegir un tiempo suficientemente pequeño como para que se cumplan las condiciones que permiten aplicar (9) y será necesario utilizar (8) o (3). En general en este caso se puede asumir $R_c >> X$, y siendo $K << C$ la fórmula práctica será la (4).-

En estos casos, al elegir el tiempo t hay que cuidar que no se llegue a la parte final de la curva q(t), porque un gran aumento de t produce uno pequeño de q y la imprecisión de la medida es enorme. Desde este punto de vista hay que cuidar que R_c no sea menor de lo que se creyó, porque la curva q(t) no es la 1 de la fig.13 sino la 2 de de la misma figura, y al elegir un q que permite suponer que se está sobre la parte adecuada de 1 se está en realidad sobre 2 y la medida es poco precisa. Por eso se recomienda, una vez hecha la medida, verificar que para un $t' > t$ la elongación del balístico aumenta en forma apreciable.-

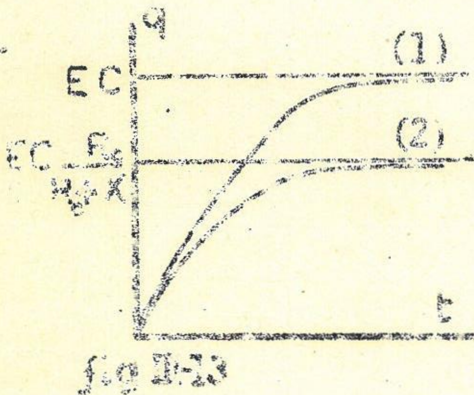


fig II-13

En este caso sólo se cumple la condición de que la tensión en los bornes de la resistencia ensayada permanezca constante, en el caso de resistencias muy grandes, en que la carga tomada por C es pequeña. Si se mide una resistencia que varía mucho con la tensión, el método no es aplicable, porque siendo X variable no se puede integrar la ecuación diferencial $\frac{E-u}{X}dt = C\,du$. Pero de ella se deduce $X = \frac{1}{C}\frac{E-u}{\frac{du}{dt}}$ y si se pudiera trazar u(t) se podría deducir por puntos X(t). Una manera de trazar u(t) es medir los valores de q para diversos valores de t. En cada caso $u = q/C$. Otra manera, que no requiere más que un sólo ensayo, es colocar un voltímetro electrostático, perfectamente aislado, en los bornes de X y trazar la curva de su indicación E - u, que variará con el tiempo de descarga en función de ese tiempo. Por supuesto, esto sólo vale para casos de descargas muy lentas, ya que en caso contrario el sistema móvil del voltímetro no seguiría exactamente la variación de la tensión.-

Para poder aplicar el método de acumulación se requiere medir E y conocer Sq, sensibilidad del balístico relativa a la resistencia del circuito sobre el que está cerrado, que es ∞ si el galvanómetro está cerrado sobre el condensador, o la correspondiente al shunt universal, si se utiliza este aparato.-

A veces resulta preferible eliminar esas medidas cargando C directamente bajo E y descargándolo en el balístico. Como CE >> q, eso exige que el balístico esté cerrado sobre un shunt universal. Se tendrá pues, al hacer esa operación, $m_2 d_2 = Sq\ CE$ mientras que al hacer la medida en el caso en que valga la fórmula (9) resultará $m_1 d_1 = Sq\ \frac{Et}{X}$ de donde se deduce

$$X = \frac{t}{C} \frac{m_2 d_2}{m_1 d_1} \qquad (10)$$

Este método sólo se puede aplicar si el balístico es capaz de soportar la corriente inicial de descarga del condensador C cargado bajo la tensión E, que será elevada a menos de limitarla por resistencias en serie adecuadas.-

En el caso de tenerse que aplicar (4) resultará

$$X = t/C\ \log_e \frac{m_2 d_2}{m_2 d_2 - m_1 d_1}$$

pero aquí es fácil conseguir que $m_1 = m_2$ de modo que

$$X = t/C\ \log_e \frac{d_2}{d_2 - d_1} \qquad (11)$$

La discusión de los errores de la medida debidos a errores de calibración del condensador, de lecturas en el balístico, etc., se hace fácilmente y no tiene mucho interés. Indiquemos que en el caso de hacer medidas aplicando la fórmula (11) se puede hacer el cálculo de cual es el valor de d_1 que da un error mínimo sobre X, obteniéndose el mínimo para $d_1 = d_2/1{,}86$. Para d_1 próximo a d_2 el error es importante, lo que verifica el resultado que expusimos antes.-

MÉTODO DE LA PÉRDIDA DE CARGA.- Un método de principio parecido al que acabamos de exponer es el de la pérdida de carga. Se carga un condensador bajo cierta d.d.p., se deja descargar cierto tiempo a través de la resistencia a medir y se mide la carga residual con un galvanómetro balístico. El método es muy interesante cuando la misma resistencia a medir tiene una capacidad suficiente como para servir de condensador. Lo estudiaremos en este caso. El esquema sería el indicado en la fig.14; debe cuidarse que la resistencia de aislación externa entre los bornes del condensador sea muy gran de frente a la propia. La carga que conserva C al cabo del tiempo t será

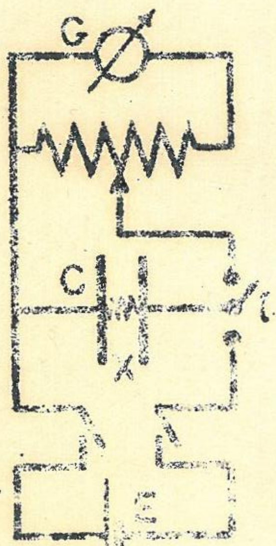


fig II-14

$$q = C\ E\ e^{-t/CX} \qquad (12)$$

$$X = t/C\ \log CE/q \qquad (13)$$

que se mide con el balístico. Cuando X es muy grande t puede ser bastante pequeño frente al tiempo práctico total de descarga como para que se pueda reemplazar la exponencial por los tres primeros términos de su desarrollo en serie

$$q = C\ E\ \left(1 - \frac{t}{C\ X} + \frac{t^2}{2\ C^2\ X^2}\right)$$

lo que equivale a confundir la curva de la corriente de descarga con la tangente en el orígen, o aún a los dos primeros términos

$$q = C\ E\ \left(1 - \frac{t}{CX}\right) \qquad (12a)$$

$$X = \frac{t}{C\left(1 - \frac{q}{CE}\right)} \qquad (13a)$$

lo que equivale a suponer que la corriente de descarga es constante e igual a su valor inicial.-

El método tal como lo acabamos de describir puede usarse en el caso en que la resistencia a medir no es muy grande, y en que hay

que usar la fórmula exacta (13) siendo q chico (por lo menos la mitad que CE). En caso de medirse resistencias muy grandes el término $1 - \frac{q}{CE}$ es muy pequeño y el error sobre él resulta muy grande. Entonces en este caso conviene medir, no la carga conservada por C, sino la carga necesaria para reponer la que ha perdido, efectuando el esquema de la fig.15 y procediendo así: se carga C bajo E, se abre la llave 1, dejando descargar C sobre X durante el tiempo t, y luego se cierra 1 midiendo con el balístico la carga que toma C. Esa carga está dada por

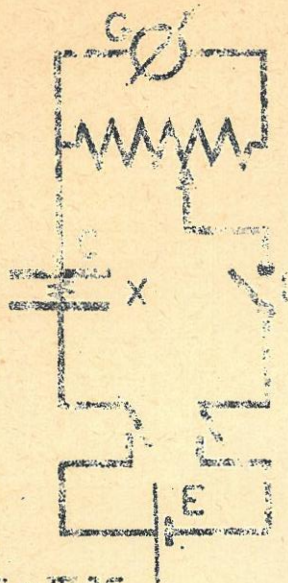


fig II-15

$$q = C\,E\,(1 - e^{-\frac{t}{C\,X}})$$

o por la fórmula aproximada

$$q = \frac{E\,t}{X}$$

fórmulas idénticas a las obtenidas con el método de acumulación.-

En cualquiera de las formas de aplicación del método es necesario conocer C, E y Sq. Se puede evitar el conocimiento de E y Sq midiendo CE con el propio balístico, cargando el condensador y descargándolo inmediatamente sobre el balístico. C puede medirse utilizando el mismo esquema, por comparación con un condensador conocido.-

IV.- OHMETROS.-

Los ohmetros son instrumentos que permiten obtener por lectura directa el valor de una resistencia media o grande. Sirven principalmente para hacer medidas rápidas fuera del laboratorio, y comprenden en una sola unidad, fácilmente transportable, todos los aparatos necesarios para hacer la medida, inclusive fuentes de tensión. Cuando se destinan principalmente a la medida de resistencias de aislación la f.e.m. de la fuente debe ser suficientemente grande (algunos cientos de volt) como para que la d.d.p., aplicada a la resistencia a medir alcance para poner de manifiesto el defecto. En general la precisión que se espera de una medida con un óhmetro no es muy grande, y en algunos casos, especialmente en la medida de resistencias de aislación, sólo interesa que den el orden de magnitud de aquella.-

Aunque todos los instrumentos destinados a estos fines se conocen bajo el nombre común de óhmetros, se pueden distinguir tres grupos principales que responden a principios totalmente distintos. Los únicos óhmetros que son propiamente hablando instrumentos de medida son los óhmetros de cuadros en cruz (llamados también de cuadros perpendiculares) que son instrumentos de medida del tipo cocientímetros. Hay otros óhmetros que responden al principio voltamperimétrico en los que se coloca la resistencia a medir bajo una f.e.m. conocida y se lee en un instrumento el valor de la corriente, que depende de la resistencia. Un tercer grupo responde al principio del puente de Wheatstone.-

ÓHMETROS VOLTAMPERÍMETRICOS.- Se basan en el simple circuito de la fig.1, donde la resistencia a medir se coloca en X, E es una fuente de tensión conocida y A es un instrumento de aguja de alcance bastante pequeño, microamperímetro, provisto de shunts. Siendo R la resistencia del circuito de la fuente en serie con X, y m el poder multiplicador del shunt,

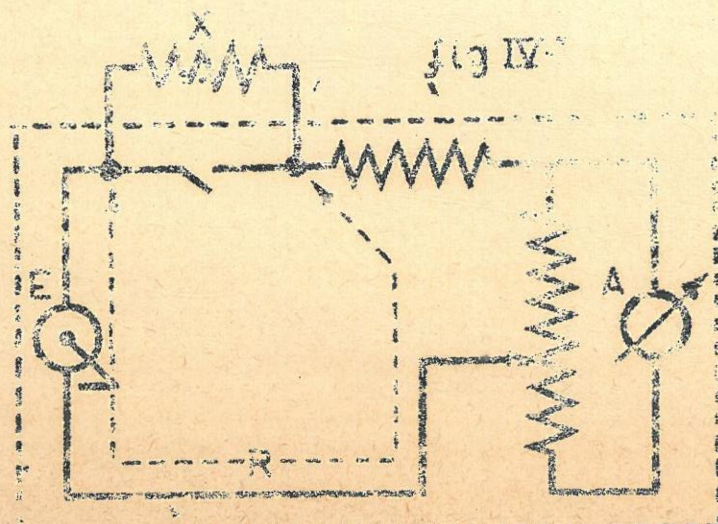


fig IV-1

la corriente en el instrumento será

$$I = \frac{E}{(R+X)m}$$

y a E y m constantes, se tiene I función únicamente de X, de modo que se puede graduar la escala del instrumento en unidades de resistencia. Cambiando el poder multiplicador del shunt, m, se tienen diversos alcances.-

La escala es válida sólamente para cierto valor de E, de modo que la f.e.m. de la fuente debe ser constante. Según la fuente utilizada los óhmetros se dividen en dos tipos. Hay óhmetros que emplean como fuentes de tensión pilas secas con el inconveniente de que la f.e.m. de éstas baja lentamente con el tiempo, de modo que la graduación deja de tener valor y hay que reemplazar la pila. Generalmente los óhmetros vienen equipados con una resistencia conocida (que puede ser la misma R) que se coloca en el circuito y se mide, para verificar la constancia de la f.e.m. de la pila.-

Hay otros óhmetros que poseen en cambio un magneto, es decir, un generador de corriente continua cuyo flujo de excitación está dado por un imán permanente, y que se hace girar a mano por medio de una manivela. A velocidad de giro y flujo excitador constante, la f.e.m. del magneto es constante. La constancia del flujo del imán es fácil de obtener. En cuanto a la velocidad de giro, depende del operador, pero con un poco de práctica éstos llegan a mantenerla suficientemente constante durante toda la medida. Para saber a qué velocidad hay que hacer girar el magneto se empieza la medida con X en cortocircuito, y se aumenta la velocidad hasta que la aguja del instrumento indique cero, luego se descortocircuita X y se lee la indicación de la aguja, manteniendo la velocidad constante.-

Algunos de estos óhmetros pueden utilizarse para medir la aislación de circuitos de corriente continua (por ejemplo circuitos de tracción) utilizando como fuente la propia tensión de la instalación, siempre que ésta sea igual a la de la fuente del óhmetro.-

Existen varios modelos de óhmetros de este tipo, cuyos principios difieren algo del expuesto aquí. No los podemos describir todos, pero su comprensión no ofrece ninguna dificultad.-

ÓHMETROS DE PUENTE DE WHEATSTONE.- Consisten en un puente de Wheatstone con fuente (en general batería) y galvanómetro indicador de cero todo incluído dentro de la misma caja. El puente es del tipo de hilo, y la resistencia se lee sobre la escala del hilo calibrado. Cambiando la resistencia de comparación R se tienen diversos alcances. Aquí la f.e.m. de la fuente no influye sobre el resultado de la medida, de modo que presentan esa ventaja sobre los óhmetros del tipo anteriormente descripto. En general la fuente es de baja tensión de modo que este tipo de óhmetro no es adecuado para medir resistencias de aislación.-

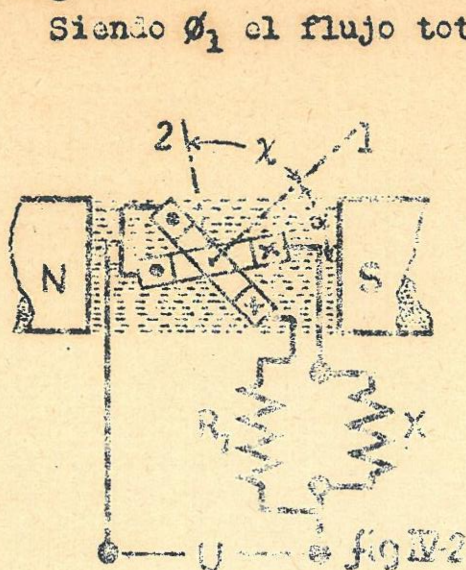
ÓHMETRO DE CUADROS EN CRUZ.- Son instrumentos de medida propiamente dichos, en los que el valor de X se lee por la desviación de una aguja sobre una escala en forma completamente independiente del valor de la tensión de la fuente. Esta puede estar dentro del propio aparato, pero hay algunos que no la poseen, y que trabajan con cualquier fuente de tensión continua de f.e.m. comprendida entre límites bastante amplios.-

El instrumento es un cocientímetro de cuadro móvil, que posee un imán permanente que produce un campo en el cual pueden girar, sobre un eje común, dos cuadros solidarios mecánicamente, uno en serie con una resistencia constante y el otro en serie con la resistencia a medir; esos dos circuitos se colocan en paralelo bajo una tensión común.-

Vamos a exponer la teoría del instrumento en el caso en que el campo magnético es uniforme. El instrumento se ve en dicho caso en

la fig.2.-

Siendo $\varnothing_1$ el flujo total a través del cuadro 1 cuando éste es normal a las líneas de fuerza del campo, $\varnothing_2$ el flujo a través del cuadro 2 en las mismas condiciones, χ el ángulo que forman ambos cuadros, R_1 la resistencia del circuito del cuadro 1, R_2 la resistencia del circuito del cuadro 2 además de X, α el ángulo que forma la normal al cuadro 1 con las líneas de fuerza del campo, $I_1 = U/R_1$ e $I_2 = U/R + X$ las corrientes en los cuadros, el par que actúa sobre el cuadro 1 será



$$C_1 = \varnothing_1 \frac{U}{R_1} \text{ sen } \alpha$$

y el par que actúa sobre el cuadro 2 será

$$C_2 = \varnothing_2 \frac{U}{R_2+X} \text{ sen } (\alpha + \chi)$$

Sobre el sistema móvil actúa pues un par resultante que es la suma de C_1 y C_2 y que es función de α, existiendo una posición es decir, cierto valor de α, para la cual el par resultante es nulo, siendo esa la posición de equilibrio que toma el sistema móvil. En esa posición se cumple

$$\frac{\varnothing_1 \text{ sen } \alpha}{R_1} + \frac{\varnothing_2}{R_2+X} \text{ sen } (\alpha + \chi) = 0$$

Vemos que el valor de α de equilibrio es función de X, y agregando al sistema móvil una aguja que se desplaza sobre una escala, ésta puede graduarse para indicar directamente el valor de X.-

Shuntando el cuadro 2 se obtiene un instrumento de varios alcances.-

Vemos que la posición de equilibrio del cuadro es completamente independiente del valor de U, de modo que teóricamente el instrumento podría trabajar con cualquier tensión.-

Al hacer este estudio hemos supuesto que los únicos pares que actúan sobre el sistema móvil son los que actúan sobre los cuadros. En realidad existen también los pares parásitos producidos por los hilos que llevan la corriente a los cuadros móviles, que nunca pueden ser de constante de torsión completamente nula. Para que la influencia de estos pares sea despreciable, y para vencer el par de frotamiento en los pivotes, es preciso que los pares propios del instrumento sean suficientemente elevados. Pero esos pares son directamente proporcionales a U, de modo que por razones de precisión nunca conviene trabajar con tensiones que sean menores por ejemplo del 20 °/° de la tensión nominal. Por supuesto, razones de seguridad limitan el mayor valor que puede tomar U.-

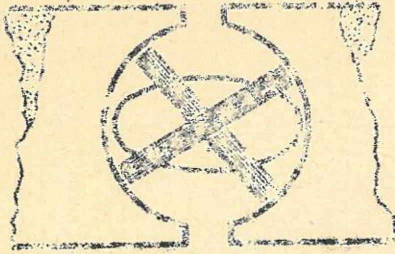
La fuente puede ser, como ya dijimos, una fuente exterior o interior al propio aparato; en este último caso es siempre un magneto movido a mano cuya velocidad de rotación no puede mantenerse completamente constante, y si la resistencia a medir tiene una capacidad elevada, como en el caso de medirse resistencias de aislación de cables, la componente alterna de la tensión del magneto hace que la posición de equilibrio del sistema móvil oscile restando precisión a la medida.-

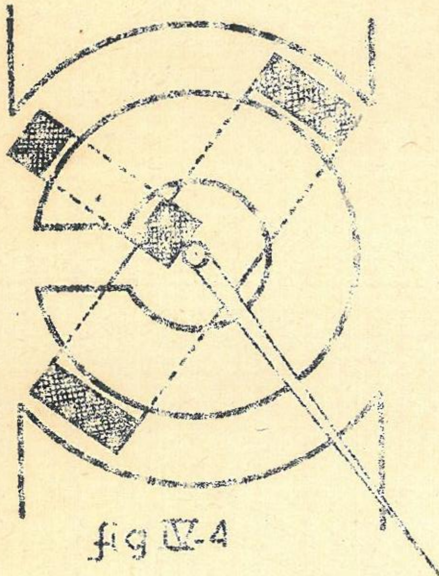
La forma de la escala del instrumento depende del ángulo χ y variándolo se puede hasta cierto punto actuar sobre ella.-

Este tipo de óhmetro tiene inconvenientes fundamentales que hacen que no se utilice más que para exponer en forma simple la teo

ría. Uno de los inconvenientes es que la forma de la escala no resulta muy buena, pero el fundamental consiste en que el campo producido por el imán permanente es muy débil debido al gran entrehierro, siendo pequeños los pares propios y la precisión del instrumento.-

Para salvar este inconveniente se abandonó el campo uniforme, construyéndose óhmetros con un entrehierro en el que se coloca un núcleo de hierro dulce. La forma del entrehierro debe ser tal que los pares que actúan sobre cada uno de los cuadros, o por lo menos uno de ellos, dependan de α para que exista una posición de equilibrio. Una construcción se ve en la fig.3. La construcción mecánica de tal instrumento es difícil, porque el dispositivo de fijación del núcleo no deja espacio suficiente para que los cuadros giren un ángulo suficiente, de modo que la escala del instrumento resulta muy comprimida. Por tal motivo se han construído otros tipos de instrumentos en que los dos cuadros están superpuestos y se mueven en distintos campos magnéticos; esta solución aumenta demasiado el tamaño del instrumento. Una solución mejor, muy empleada, consiste en hacer los dos cuadros de distinta forma y moviéndose en entrehierros distintos, como se puede ver en la fig.4. En esta forma la construcción mecánica es simple y se puede actuar con toda comodidad sobre la forma de la escala.-


fig IV-3


fig IV-4

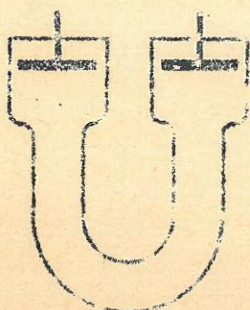
V.- MEDIDAS DE RESISTENCIAS ESPECIALES.-

A.- MEDIDA DE RESISTENCIA DE ELECTROLITOS.-

Para medir la resistencia de los electrolitos no pueden utilizarse los métodos ordinarios vistos hasta ahora porque en todos ellos pasa por la resistencia a medir una corriente que hace aparecer una f.e.m. de polarización que falsea la medida.-

Para medir estas resistencias se ha recurrido a diversos métodos. Hay métodos que efectúan la medida en corriente continua con electrodos impolarizables o haciendo más de una medida y eliminando entre los resultados la f.e.m. de polarización. Pero los métodos más usados impiden la polarización efectuando las medidas en corriente alterna, de frecuencia tanto más elevada cuanto mayor es la precisión que se quiere obtener.-

Las medidas de resistencias de electrolitos se hacen siempre con el fin de determinar su resistividad. A tal efecto el electrolito se coloca en un recipiente de vidrio con dos electrodos (fig.1) calculándose ρ a partir de R. Para hacer este cálculo habría que conocer la repartición de las líneas de corriente en la masa del electrolito, pero como esta repartición es independiente de la naturaleza del electrolito, la solución práctica consiste en determinar experimentalmente la constante de cada célula con un electrolito de resistividad conocida, como el ClK, cuya resistividad para distintas concentraciones y temperaturas viene dada en tablas con gran precisión.


fig V-1

Como la resistividad del electrolito depende de la temperatura, la célula viene equipada con un termómetro para poderla leer. En medidas de gran precisión la célula se coloca en un termóstato cuya temperatura se controla y se lee con la precisión requerida.-

En corriente alterna la célula electrolítica equivale a una impedancia que puede ser representada por el circuito equivalente de la fig.2 en que R es la resistencia del electrolito, C es una capacidad que aparece localizada en la superficie de los electrodos, y R_f es una resistencia de fugas que se trata de que sea siempre muy grande frente a R para no tenerla en cuenta en la medida. Se trata siempre de que la impedancia de C sea muy chica frente a R, para lo cual la superficie de los electrodos se hace lo mayor posible y se platinan para aumentar su superficie efectiva.-

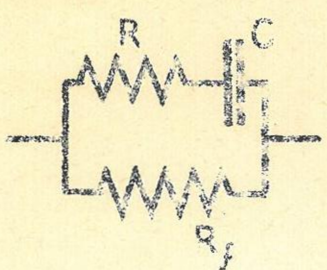
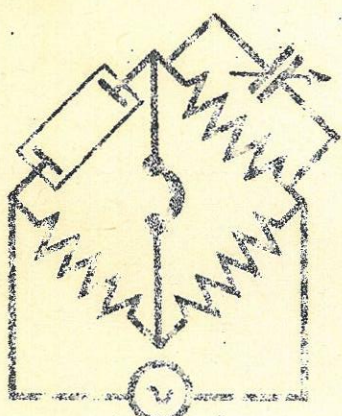


fig V-2

Esa impedancia se mide en un puente de alterna adecuado. Se trata siempre que la resistencia a medir sea del mismo orden, independientemente de la naturaleza del electrolito, de modo que se utilizan diversas células, de distinta longitud y sección, según el electrolito ensayado.-

El puente a elegir depende por supuesto de la precisión deseada. En medidas rápidas de precisión industrial, 2 a 3 °/°, basta un puente de Wheatstone utilizado con corriente alterna de frecuencia industrial, 50 ciclos. La presencia de la capacidad no se hace sentir en este caso. Cuando la precisión debe ser mayor, se utiliza un puente que tenga en cuenta la capacidad, por ejemplo el puente de la fig. 3, se trabaja a frecuencia más elevada,por ejemplo acústica, y se toman todas las precauciones necesarias para que las capacidades parásitas no falseen la medida (dispositivo de Wagner, etc.). El estudio a fondo de este procedimiento no lo haremos aquí porque corresponde en realidad al estudio de las medidas hechas en puentes de alterna.-


fig V-3

B.- MEDIDA DE RESISTENCIAS DE TIERRA.-

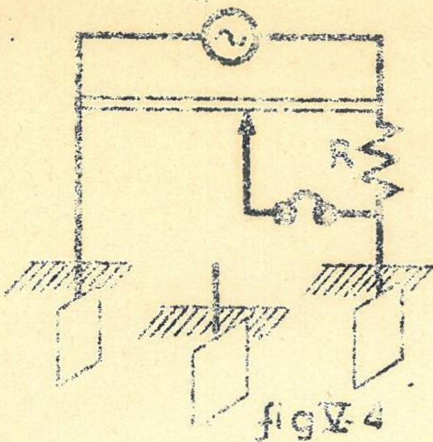
La medida de la resistencia de una tierra presenta bastantes dificultades. Felizmente no interesa conocerla con gran precisión sino sólo saber que está por debajo de cierto valor.-

Las resistencias a medir pueden ser de dos tipos, las resistencias de las tierras que se emplean como conductores de retorno y las resistencias de las puestas a tierra.-

Para efectuar la medida de las resistencias del último timo es preciso hacer una tierra auxiliar que sirva como segundo punto de llegada de la corriente y arreglarse para separar las resistencias de las dos tierras en alguna de las formas que luego indicaremos. Además, dada la naturaleza de la resistencia que se mide, que es en realidad un electrolito, aparecen f.e.m.s de polarización en cuanto pasa corriente. Por último, las corrientes telúricas y vagabundas pueden interferir en la medida. Para evitar estas dos causas de error, se hacen a veces las medidas con corriente alterna,y si se hacen en corriente continua se hace pasar por la tierra una corriente elevada, frente a la cual son despreciables las corrientes parásitas y la polarización.-

Un método muy empleado para medir resistencias de tierra consiste en hacer dos tierras auxiliares, y medir por el método voltamperimétrico de la resistencia de las tierras tomadas dos a dos, En esta forma se pueden plantear tres ecuaciones con tres incógni-

tas, una de las cuales es la resistencia de la tierra que se busca. La medida puede hacerse también con corriente alterna empleando el puente de Wheatstone de la fig.4.-


fig V-4

Puede evitarse la construcción de la tercera tierra empleando una sonda S (fig.5). Sea R_T la resistencia a medir y R_{TA} la tierra auxiliar. Se mide primero con el puente de Wheatstone la resistencia $R_T + R_{TA}$, colocando la llave ℓ en la posición 1, y luego se halla la relación R_T/R_{TA+R} colocando la llave ℓ en la posición 2. La sonda sirve para hacer el contacto entre R_T y R_{TA}. De los resultados de las dos medidas se despeja R_T.-

Hay otro método para efectuar estas medidas con una tierra auxiliar y una sonda que no emplea el puente de Wheatstone sino un método de comparación que permite obtener el resultado efectuando una sola medida. El método fig.6 consiste en comparar la caída de potencia U_1 producida por una corriente alterna en la resistencia de tierra, tomada entre la entrada de la tierra y la sonda S, con la caída de potencia U_2 producida por una corriente idéntica (obtenida por medio de un transformador de intensidad T) en una resistencia R. La tierra auxiliar sirve para enviar la corriente a la resistencia a medir, pero no interviene en la medida. La condición de que $U_1 = U_2$ es indicada por un electrodinamómetro conectado como se ve en la figura cuya bobina fija b_f está alimentada por la propia corriente de medida. En realidad, para reducir posibles errores debidos a que la constante del transformador no es igual a 1, la bobina fija se hace dividida en dos partes, una recorrida por la corriente en la tierra y otra por la corriente en la resistencia R. Por supuesto, podría haberse empleado un teléfono colocado en lugar de la bobina móvil.-

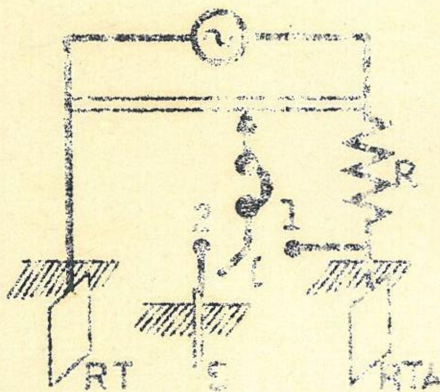


fig V-5

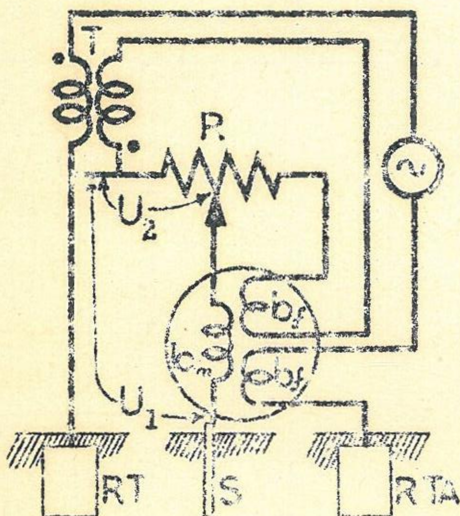


fig V-6

La medida de las resistencias de tierra que se emplean como conductores de retorno se hace simplemente poniendo en un extremo la línea a tierra y midiendo en el otro extremo la resistencia del conjunto línea más tierra por cualquier método (fig. 7).-

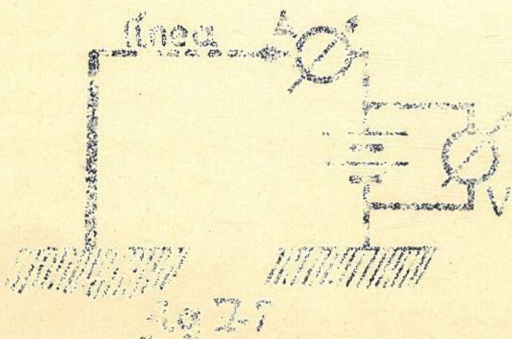


fig V-7

C.- MEDIDA DE LA RESISTENCIA INTERIOR DE UNA FUENTE.-

La medida no puede efectuarse por ninguno de los métodos comunes ya que entre los bornes de la resistencia a medir hay una f.e.m. Para que ésta no influya en la medida se podría hacer ésta en corriente alterna, utilizando por ejemplo un puente de Wheatstone. Pero hay métodos que aprovechan la existencia de la f.e.m. y efectúan las

medidas en continua. Todos estos métodos son en realidad muy poco precisos.-

MÉTODO DEL VOLTÍMETRO.- Consiste en hacer dos medidas de la d.d.p. en los bornes de la fuente, la primera estando ésta cerrada sólo sobre el voltímetro (de resistencia R_V) y la segunda estando la fuente cerrada sobre una resistencia R (fig.8). Se mide respectivamente

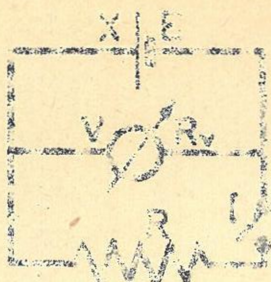


fig V-8

$$U_1 = \frac{E\ R_V}{X+R_V} \qquad U_2 = \frac{E}{X+\frac{R\ R_V}{R+R_V}} \times \frac{R\ R_V}{R+R_V}$$

y de las dos lecturas se deduce X.-

Generalmente R_V es grande frente a R y X y se puede escribir simplemente

$$U_1 = E \qquad U_2 = \frac{E\ R}{X+R}$$

de donde

$$X = R\ (\frac{U_1}{U_2} - 1) \tag{1}$$

Para que la medida sea precisa U_2/U_1 no debe ser muy pequeña (porque U_2 se lee con poca precisión) ni próxima a 1 (porque $U_1/U_2 - 1$ es poco precisa).-

La condición de que U_2/U_1 no sea demasiado próximo a 1 obliga a elegir la resistencia R próxima a X, y en esas condiciones la fuente gasta una corriente que en general es mucho mayor que la que soporta con seguridad y se descarga o polariza. Por tal motivo la medida debe ser hecha con R grande frente a X, es decir con una precisión muy deficiente.-

MÉTODO DE MANCE.- El método consiste en efectuar un esquema que tiene la forma de un puente de Wheatstone (fig.9) en el que la fuente está en la rama de la resistencia a medir y la rama que habitualmente tiene la fuente, tiene una simple llave de cortocircuito. Debe tenerse bien en cuenta que éste no es un método de puente de Wheatstone, sino un método de falso cero.-

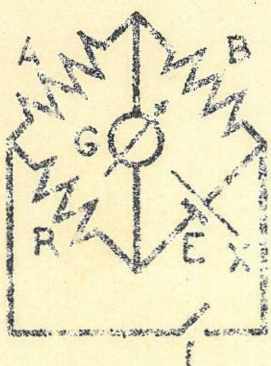


fig V-9

Demostremos que si al cerrar la llave la corriente en el galvanómetro no varía, se cumple

$$\frac{X}{R} = \frac{B}{A} \tag{2}$$

de modo que variando una de las resistencias hasta que se cumpla esa condición se puede deducir X. En efecto, con la llave abierta la corriente en el galvanómetro (de resistencia R_g) es

$$I_1 = \frac{E}{X+B+\frac{R_g(A+R)}{R_g+A+R}}\ \frac{A+R}{A+R+R_g} \tag{3}$$

y con la llave cerrada la corriente es

$$I_2 = \frac{E}{X+\frac{R(R_g+AB/A+B)}{R+R_g+AB/A+B}}\ \frac{R}{R+R_g+AB/A+B} \tag{4}$$

Para que las dos corrientes sean iguales debe cumplirse

$$X + \frac{X.A.B}{R(A+B)} + \frac{A.B}{A+B} + R_g\ \frac{(X+R)}{R} = X + B + R_g\ \frac{(X+B+A+R)}{A+R}$$

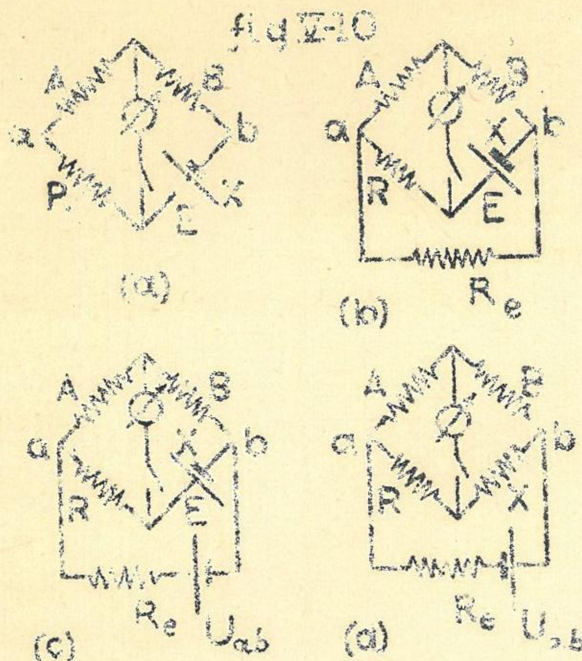
Como la condición de equilibrio debe ser independiente del valor de R_g deben cumplirse simultáneamente

$$\frac{A.B}{A+B} + X + \frac{X}{R}\ \frac{A.B}{A+B} = X + B \quad , \quad \frac{X+R}{R} = \frac{X+B+A+R}{A+R}$$

dos condiciones que ambas exigen para su cumplimiento que

$$\frac{X}{R}=\frac{B}{A}$$

Una demostración más elegante de esta misma conclusión, que damos como una ilustración de la aplicación del principio de superposición, es la siguiente: vamos a partir de que se cumple la condición $X/R = B/A$ en el circuito (a) de la fig.10 y vamos a demostrar que en ese caso la corriente que pasa por el galvanómetro en el circuito (b) es la misma que en el circuito (a) (para mayor generalidad ponemos una resistencia R en la rama de la llave). En el circuito (a) aparece entre los puntos a y b una d.d.p. U_{ab}. Si colocamos entre a y b una rama de resistencia R_e cualquiera y que posee una f.e.m. $-U_{ab}$ tendremos el circuito (c) cuyo estado de equilibrio es el mismo que el del circuito (a). Ahora consideremos el circuito (d) en el que en la rama de la fuente sacamos su f.e.m., aunque no su resistencia y en serie con R_e se coloca una f.e.m. U_{ab}. Como este circuito es un puente de Wheatstone en equilibrio, la corriente en la rama del galvanómetro es nula. Superpongamos ahora los estados de equilibrio (c) y (d). Obtenemos así el circuito (b) y en él la corriente en el galvanómetro es la misma que la del circuito (a) ya que es la suma de las corrientes de los circuitos (c) (que es igual a la del circuito (a)) y (d) (que es cero).-



Pasemos ahora al estudio de la sensibilidad del método y la elección de las constantes. Empecemos por calcular cual es la variación de la corriente en el galvanómetro producida cuando X varía en ΔX a partir de su valor de equilibrio. Con la llave ℓ abierta la corriente está dada por la fórmula (3) reemplazando X por X+ΔX, mientras que con la llave ℓ cerrada la corriente está dada por la fórmula (4) reemplazando también X por X+ΔX. La variación de corriente en el galvanómetro es la diferencia entre esas dos corrientes. A nosotros nos interesa la variación relativa de corriente, ΔI/I, que resulta ser, utilizando para I el valor de equilibrio, y después de haber reemplazado A por R B/X

$$\frac{\Delta I}{I}=\frac{\Delta X/X}{(\frac{R}{X}+1)(\frac{X}{B}+1)} \qquad (5)$$

Se deduce pues que la sensibilidad de la medida es independiente de la sensibilidad del galvanómetro, y que es tanto mayor cuanto menor es ΔI/I y si se cumplen las condiciones

$$R < X \quad , \quad X < B$$

La primera de estas dos últimas condiciones es irrealizable: en efecto, la fuente no debe gastar una corriente excesiva porque se polarizaría o descargaría según su clase. Pero la corriente está limitada por la resistencia del circuito de la fuente, que depende esencialmente de R, en particular con la llave ℓ cerrada, de manera que es imposible elegir R menor de cierto valor.-

En cuanto a ΔI/I, para que sea pequeña hay que disminuir ΔI o aumentar I. Pero ΔI está limitada por la precisión de lectura sobre la escala, mientras que I está limitada por la necesidad de que

la desviación caiga sobre la escala, de modo que $\Delta I/I$ en el mejor de los casos vale $\frac{1}{3}/1000$ y es fácil ver que si R/X es grande la sensibilidad del método es muy reducida.-

Debe observarse que la corriente I es en general grande, mayor de lo que soporta el galvanómetro, lo que obliga a trabajar con este fuertemente shuntado.-

Se ha imaginado una modificación del método que permite aumentar artificialmente I sin que la desviación salga de la escala del galvanómetro, para lo cual se agrega en el circuito otra fuente tal que la corriente producida por ella pase por el galvanómetro en sentido inverso que I, y cuya resistencia no intervenga en la medida. A tal efecto la fuente auxiliar se coloca en la diagonal del galvanómetro, en serie con éste. Con esta modificación el método de Mance puede ser usado con bastante buenos resultados para medir resistencias no muy pequeñas.-

Cuando lo que interesa es obtener el valor promedio de la resistencia interior de varias fuentes del mismo tipo, se las puede medir colocándolas en la rama del puente de a dos (o de a 2n) con las polaridades invertidas. En esta forma la f.e.m. que actúa es la diferencia de las f.e.ms, causada por las inevitables diferencias en las pilas de una misma serie, y se puede reducir R, mejorando la sensibilidad, sin riesgo de polarizar las fuentes. Este método tiene también la ventaja de que aumenta el X medido, que es dos veces (o 2n veces) la resistencia de una fuente.-

Cuando la resistencia interior de la fuente es muy pequeña, como es el caso de los acumuladores, y aún de algunas pilas secas, este método ofrece todas las desventajas inherentes a la medida de resistencias pequeñas con un puente no especialmente preparado al efecto.-

D.- MEDIDA DE LA RESISTENCIA INTERIOR DE UN GALVANÓMETRO.-

La resistencia de un galvanómetro puede medirse con un puente de Wheatstone como cualquier otra resistencia. El cuadro puede inmovilizarse o dejarse libre. Esta última solución es preferible porque así la desviación del cuadro sirve como guía para no hacer pasar por el aparato una corriente demasiado grande. Esta forma de hacer la medida exige poseer otro galvanómetro para utilizar como aparato de cero. Pero existen métodos, que estudiaremos a continuación, que utilizan el mismo galvanómetro a ensayar como aparato indicador.-

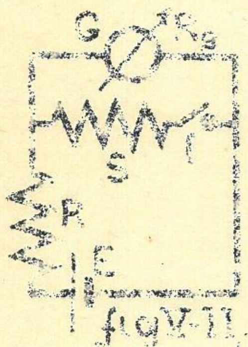


fig. 11

MÉTODO DEL SHUNT.- Consiste en efectuar el esquema de la fig.11 y medir las desviaciones del galvanómetro θ_1 y θ_2 con la llave ℓ respectivamente abierta y cerrada. El método puede realizarse en dos formas. En la primera de ellas se mantiene constante la resistencia R, que es muy grande frente a las otras, ya que en ella es la que limita la corriente en el galvanómetro, y se leen dos desviaciones. Se tiene

$$\text{Si } \theta_1 = \frac{E}{R_E+R+R_g} \simeq \frac{E}{R} \quad // \quad \text{Si } \theta_2 = \frac{E}{R_E+R+\frac{SR_g}{S+R_g}} \cdot \frac{S}{S+R_g} \simeq \frac{E}{R}\,\frac{S}{S+R_g}$$

Se deduce

$$R_g = S\,\frac{\theta_1-\theta_2}{\theta_2} \qquad (6)$$

Para que la medida tenga cierta precisión θ_2 no debe ser ni demasiado pequeña ni demasiado próxima a θ_1. Esto obliga a elegir S del orden de R_g y en esas condiciones el galvanómetro está en general tan amortiguado que la medida es muy lenta, si no imposible. Muchas veces, para evitarse cálculos, se toma S variable y se regula hasta que $\theta_2 = \theta_1/2$ en cuyo caso $S = R_g$. Pero esta forma de proceder sólo presenta interés cuando se puede confundir θ con la desviación del spot sobre la escala d.-

La segunda forma de efectuar la medida presenta ventajas. Consiste en hacer una primera medida sin shunt con cierto valor R_1 de R, luego colocar el shunt y reducir R a otro valor R_2 tal que la desviación del galvanómetro sea la misma que en el primer caso. Se tiene

$$\text{Si } \theta_1 = \text{Si } \theta_2 \cong \frac{E}{R_1} = \frac{E}{R_2}\,\frac{S}{S+R_g}$$

y se deduce

$$R_g = S\left(\frac{R_1}{R_2} - 1\right) \qquad (7)$$

Vemos que aquí no interesa que no se pueda confundir θ con α. Puede discutirse la precisión del método, que depende de los errores de S y R y de la precisión con que se pueda asumir que $\theta_1 = \theta_2$. Llamando Σ al error relativo máximo de la caja R, y observando que la resistencia R_2 forma parte de R_1, el error debido a la primera causa es

$$\frac{\Delta R_g}{R_g} = \frac{\Delta S}{S} + 2\,\Sigma$$

En cuanto al error debido a la segunda causa no lo estudiaremos aquí sino despues de haber visto el método siguiente.-

MÉTODO DEL FALSO CERO DE LORD KELVIN.- Consiste en hacer el esquema de la fig.12 que tiene la forma de un puente de Wheatstone, pero con el galvanómetro en la rama de la resistencia a medir y una simple llave en la rama del galvanómetro. Es fácil darse cuenta que si se cumple la condición

$$\frac{R}{R_g} = \frac{A}{B}$$

la corriente que pasa por el galvanómetro no se modificará al abrir o cerrar la llave, porque los puntos 1 y 2 están al mismo potencial. De modo que variando una de las resistencias hasta que se verifique aquella condición, se puede deducir R_g.-

El error sobre R_g se compone del error debido a las resistencias de comparación A, B y R, y el error debido a falta de sensibilidad.-

Para discutir la sensibilidad del método y la elección de las constantes se calcula en cuanto varía la corriente en el galvanómetro al cerrar la llave 1 cuando R_g varía en ΔR_g a partir de su valor de equilibrio. Con la llave abierta

$$I_1 = \frac{E}{R+R_g+\Delta R_g}$$

y con la llave cerrada

$$I_2 = \frac{E}{\frac{AR}{A+R} + \frac{B(R_g+\Delta R_g)}{B+R_g+\Delta R_g}} \cdot \frac{B}{B+R_g+\Delta R_g}$$

Se deduce que el incremento de corriente en el galvanómetro es

$$\Delta I = I_1 - I_2 = \frac{E\,R\,\Delta R_g}{(R+R_g)^2(B+R_g)}$$

de modo que el error relativo sobre R_g se puede escribir

$$\frac{\Delta R_g}{R_g} = \frac{\Delta I}{I}\left(\frac{B}{R_g} + 1\right)\left(\frac{R_g}{R} + 1\right) \qquad (8)$$

Para que la medida sea precisa conviene que este error sea lo más reducido posible. A tal efecto, conviene poder apreciar una variación de corriente $\Delta I/I$ lo menor posible; ΔI está impuesta por la escala, pues es la corriente que corresponde a la menor desviación que se puede apreciar, que es 1/2 mm. Entonces conviene hacer I lo mayor posible que permita el galvanómetro, es decir, elegir una desviación permanente lo mayor posible, para lo cual se puede empezar por llevar el cero a un extremo de la escala. En cualquier

forma es difícil obtener $\Delta I/I$ menor de 1/1000. Interesa también que los dos otros factores de (8) sean lo menores posible, para lo cual conviene elegir $R_g/R << 1$, lo que es fácil de obtener, y $B/R << 1$, condición mucho más difícil de cumplir porque con la llave 1 cerrada el galvanómetro queda en un circuito de resistencia $R_g + B$, que es prácticamente un cortocircuito. De modo que la elección de B influye mucho sobre la precisión del método.—

El método del shunt en su segunda forma puede en realidad reducirse a éste: en efecto, el shunt desempeña el papel de B, la resistencia R_1 el de R y la resistencia R_2 el de $RA/R+A$ de modo que la discusión de la sensibilidad y la elección de las constantes se deducen fácilmente

E.— MEDIDA DE RESISTENCIAS DE AISLACIÓN POR EL MÉTODO DEL VOLTÍMETRO.—

Sea un aparato A (línea, máquina, etc.) cuya resistencia de aislación a tierra se quiere medir. Si esa resistencia no es muy grande se puede hacer la medida utilizando un voltímetro y una fuente de tensión continua E. Se efectúa el esquema de la fig.13 y se lee la d.d.p. U que es, siendo R_v la resistencia del voltímetro



$$U = \frac{E\, R_v}{X+R_v}$$

La f.e.m. de la fuente se mide con el mismo voltímetro. Se tiene pues

$$X = \frac{E-U}{U}\, R_v$$

Para que la medida tenga cierta precisión U/E debe ser bastante distinta de 1 pero no demasiado pequeña porque entonces la lectura de U se hace con dificultad, de modo que no se pueden medir con este método valores de X muy grandes.—

MEDIDA DE AISLACIÓN A TIERRA DE LÍNEAS BAJO TENSIÓN.— Sea una línea de tensión continua (o alterna monofásica) E cuya resistencia de aislación a tierra se quiere medir. Si esta resistencia no es muy grande se puede utilizar el método del voltímetro (de corriente continua o alterna según el caso). Como hay que considerar por separado la resistencia de aislación de cada conductor, hay que efectuar dos medidas. Se realiza el esquema de la fig.14 y se hacen dos medidas, la primera con la llave ℓ en la posición 1 y la segunda con la misma llave en la posición 2. Se obtienen así dos lecturas (siendo R_v la resistencia del voltímetro)



$$U_1 = \frac{E}{X_2 + \frac{R_v X_1}{R_v+X_1}} \qquad U_2 = \frac{E}{X_1 + \frac{R_v X_2}{R_v+X_2}}$$

Conociendo E, esas dos ecuaciones permiten despejar las incógnitas obteniéndose

$$X_1 = R_v \frac{E - (U_1+U_2)}{U_2} \qquad X_2 = R_v \frac{E - (U_1+U_2)}{U_1}$$

Si las resistencias de aislación son muy grandes para poder utilizar un voltímetro (en cuyo caso las lecturas en éste resultan muy pequeñas) se puede reemplazar el voltímetro (en el caso de corriente continua) por un galvanómetro en serie con una resistencia. Hay otras variantes del método.—

VI.— LOCALIZACIÓN DE LOS DEFECTOS EN LOS CABLES.—

La localización de los defectos en los cables no tiene porqué

ser estudiada dentro de "Medidas de resistencias", ya que es un tema totalmente independiente, pero nosotros lo hemos incluído aquí por comodidad, por ser la mayor parte de los métodos aplicación de medidas de resistencias.-

Los defectos en las líneas aéreas o cables pueden ser contactos con tierra o entre dos hilos, o ruptura de conductores. La presencia del defecto se constata en el primer caso por medidas de aislación, de cada hilo respecto a tierra y entre cada par de hilos. Una vez constatado el defecto es necesario localizarlo, es decir, saber en qué punto de la línea se ha producido, lo que debe hacerse con gran precisión, especialmente en el caso de cables, en que hay que saber donde abrir el pozo para desenterrar el cable dañado.-

Los métodos empleados para ubicar el defecto en el caso de contacto entre hilos o con tierra se reducen casi siempre a medir la resistencia de la línea hasta el lugar del defecto, y conociendo la resistencia de la línea por unidad de longitud se deduce la distancia. En el caso de ruptura de conductores se emplea en lugar de medida de resistencia, medida de la capacidad entre el conductor y la envolvente del cable, lo que también permite determinar la distancia.-

Es evidentemente necesario disponer de un plano de la instalación donde se indiquen todos los conductores con sus respectivas secciones. Debe observarse que la resistencia hasta el lugar del defecto sólo es proporcional a la distancia en el caso en que el conductor sea de sección uniforme. En caso de conductores de diversas secciones habrá que calcular la longitud teniendo a aquellas en cuenta, hecho que en algunos casos puede complicar los cálculos.-

Para hacer las medidas es necesario empezar por desconectar la instalación de las fuentes y receptores y en el caso de cables, descargarlos.-

En el caso de defectos entre dos hilos o con tierra, puede constatarse la presencia del defecto sin que éste sea franco. Entonces como medida previa se empieza por convertir el defecto si es posible en un cortocircuito de la menor resistencia posible, para lo cual se hace pasar por el defecto una corriente elevada que quema la aislación que estaba simplemente dañada.-

Los métodos utilizados para localizar el defecto difieren según la naturaleza de éste. Debemos distinguir:

a) defecto entre un hilo único (es decir, no acompañado por otro hilo sano) y tierra. A este caso se reduce el de defectos con tierra de dos o más hilos, todos dañados.

b) defecto entre un hilo y tierra, acompañado por un hilo sano.

c) defecto entre dos hilos (acompañados o nó por un hilo sano).

d) ruptura de un hilo.-

CASO a). <u>Defecto entre un hilo único y tierra</u>. Sean 1 y 2 los extremos del hilo dañado (fig.1) de longitud l, y sea x la distancia a determinar. Sea R la resistencia total del conductor y R_x la resistencia hasta el defecto. Conociendo R_x se deduce x. Para medir R_x hay dos métodos. Uno consiste en hacer dos medidas de la resistencia entre los dos extremos del cable y tierra, utilizando un puente de Wheatstone, conectado como se vé en la figura. En la medida desde 1 se obtiene

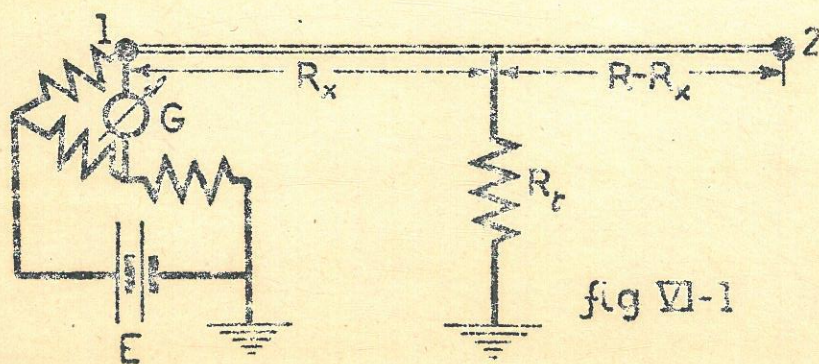


fig VI-1

$$R_1 = R_x + R_t$$

y en la medida desde 2 se obtiene

$$R_2 = R - R_x + R_t$$

ecuaciones que permiten eliminar la resistencia del defecto R_t y despejar R_x.-

El segundo método consiste en hacer dos medidas desde el mismo extremo 1 del conductor, una con el extremo 2 abierto y la otra con el extremo 2 puesto a tierra. Admitiendo que la puesta a tierra de 2 tiene resistencia despreciable se obtiene en la primera medida

$$R' = R_x + R_t$$

y en la segunda

$$R'' = R_x + \frac{(R-R_x)R_t}{R-R_x+R_t}$$

ecuaciones que permiten eliminar R_t y despejar R_x.-

El segundo método es preferible desde el punto de vista de que no hay que transladar el puente de uno a otro extremo del conductor. Evidentemente, para que estos métodos tengan cierta precisión, es necesario que la resistencia del defecto R_t no sea demasiado grande respecto a R, y que sea constante de una medida a otra. Estas condiciones son difíciles de obtener, de modo que la determinación del punto del defecto en el caso de un cable único es siempre poco precisa, a menos de colocar un hilo auxiliar entre los dos extremos y hacer las medidas como en el caso b).-

A veces se puede individualizar el punto del defecto por un método completamente distinto, que consiste en enviar al hilo dañado una corriente alterna (o continua interrumpida) que circula como se ve en la fig.2 y colocar en la superficie del terreno sobre el cable enterrado una bobina cerrada, que comprende un teléfono, en la que se inducen corrientes que provocan un sonido del teléfono. La bobina se desplaza a lo largo del cable hasta que se deja de oir el sonido del teléfono, lo que ocurre cuando se ha pasado el punto del defecto.-

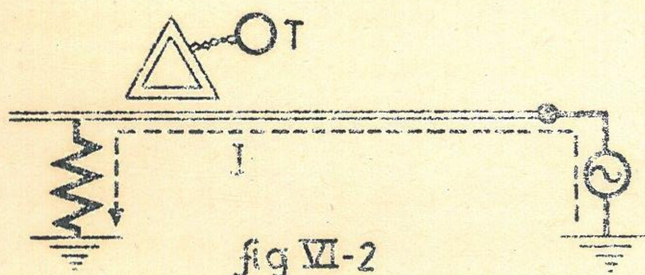


fig VI-2

CASO b). <u>Defecto sobre un hilo acompañado por un hilo sano</u>. <u>Método del bucle</u>. En este caso se cortocircuita uno de los extremos de la línea y se efectúa en el otro extremo el puente de Wheatstone de la fig.3 que permite determinar la relación entre las dos ramas del puente formadas por las líneas

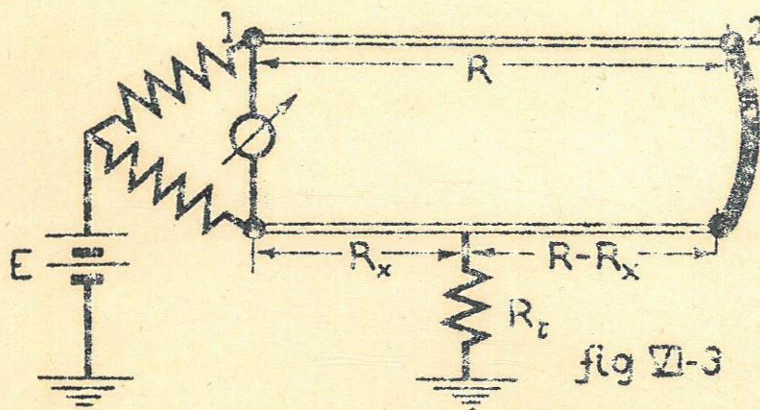


fig VI-3

$$\frac{A}{B} = \frac{2R-R_x}{R_x}$$

relación que permite despejar R . Vemos que este método no hace intervenir la resistencia del defecto, que queda en el circuito de la batería, de modo que no es un inconveniente muy grave que no se mantenga constante ni que sea muy elevada, ya que queda el recurso de aumentar la f.e.m. de la fuente para compensar esa resistencia. Vemos además que basta una sola medida para obtener el resultado. Una condición fundamental es que la resistencia del hilo de cortocircuito sea muy pequeña frente a la de la línea.-

Hay otros métodos para efectuar esta medida que son también métodos de bucle pero que no utilizan puentes de Wheatstone. Un mé Un método, por ejemplo, efectúa el esquema de la fig.4 y deduce la relación a partir de la lectura de los dos amperímetros, cuyas corrientes están en relación inversa a la de las resistencias de sus circuitos. Para que este método tenga valor es preciso que se pueda despreciar la resistencia de los amperímetros frente a la de las líneas.-

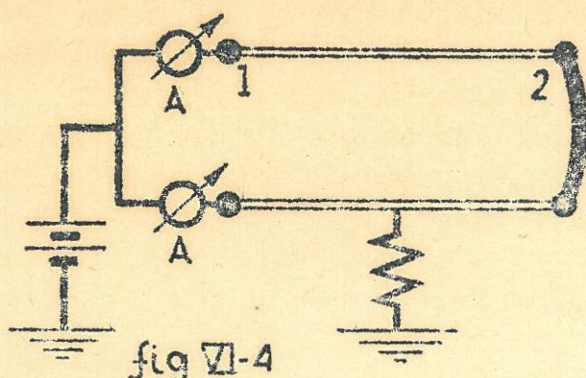


fig VI-4

CASO c).- Defecto entre dos conductores. Un método utilizado para hacer esta medida cuando no existe un tercer hilo sano es parecido al descripto en a). Se efectúa el esquema de la fig.5 y se deduce R_x, que ahora es la suma de las resistencias de las dos líneas hasta el defecto, o bien haciendo dos medidas desde los dos lados, o bien haciendo dos medidas desde un extremo con el otro primero abierto y después en corto circuito.-

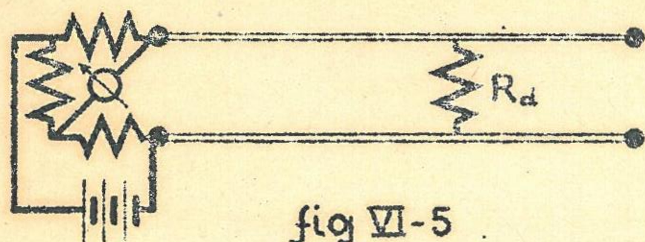


fig VI-5

Para evitar la influencia de la resistencia del defecto, que puede variar de una medida a otra, se puede hacer el montaje que se ve en la fig.6 en que lo que se obtiene es la relación $R_x/R - R_x+R_t+R_c$ siendo R_x la resistencia de un sólo hilo hasta el defecto. Para que la resistencia de tierra no influya, la resistencia de comparación R_c debe ser muy grande, por tal motivo se puede también despreciar la resistencia $R - R_x$ obteniéndose directamente R_x/R_c.-

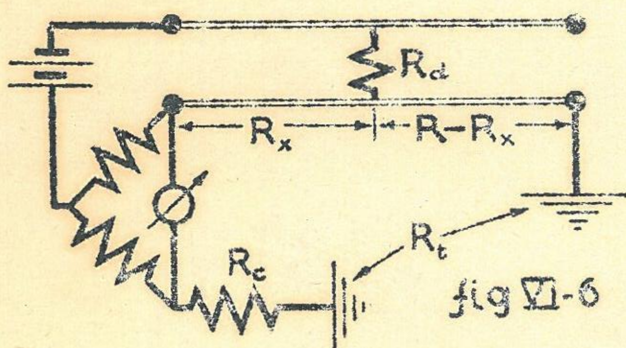


fig VI-6

Si los dos hilos dañados están acompañados por un hilo sano, se utiliza el método que se vé en la fig.7, que da la relación $R_x/2R-R_x$. Vemos que el método de la fig.6 es parecido a éste pero la conexión que se hacía por tierra se hace ahora por intermedio del hilo sano.-

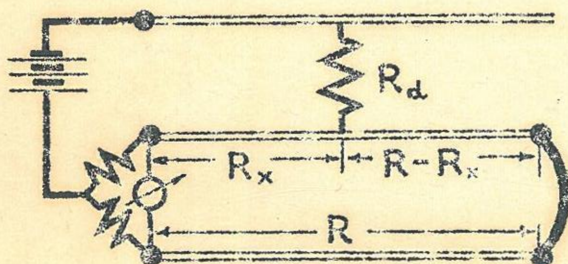
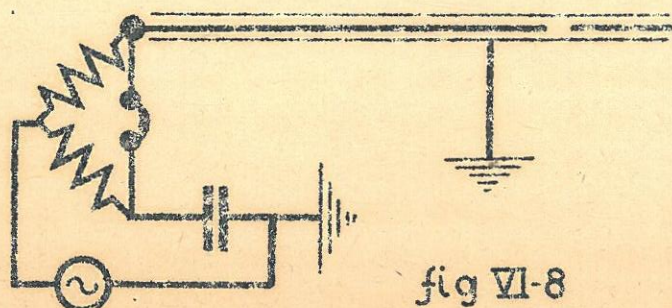


fig VI-7

CASO d).- Ruptura de un hilo. En este caso no es posible aplicar la medida de resistencias. Pero si se trata de un cable con envolvente metálica, lo que se hace es medir la capacidad entre el cable y la envolvente (o entre la vía dañada y otra sana si se trata de un cable de dos vías. Esta capacidad es proporcional a la distancia que hay entre un extremo del cable y el punto del defecto. Por supues-


fig VI-8

to, para poder deducir la distancia es necesario conocer la capacidad del cable por unidad de longitud, que si no se conoce previamente puede deducirse efectuando un ensayo idéntico sobre un hilo sano de longitud conocida. En caso de que no existiera tal hilo sano se hacen dos medidas de capacidad desde los dos extremos del cable, siendo la capacidad total del cable la suma de los resultados de las dos medidas.-

La medida puede efectuarse por un método de comparación o empleando el puente de alterna de la fif.8.-

---

B I B L I O G R A F Í A

Como bibliografía indicamos los tres textos generales donde el tema se encuentra menos mal tratado, aunque salvo casos particulares no se debe esperar encontrar en ellos más que descripciones de los métodos sin ninguna crítica, y algunos libros, artículos y catálogos que aclararán puntos determinados.-

Laws - Electrical Measurements 1938.-

Veroi - Misure Elettriche 1932.-

Chaumat - Cours de mesures electriques 1932.-

Kronert - Messbrucken und Kompensatoren 1935 (Para Cap.I yII).-

Keinath - Die technik electrischer Messgerate II band 1928 (Para Cap. IV y V B).-

Tognana - Fenomeni perturbatori nelle misure di resistivitá de massa nei dielettrici. L'elettrotecnica Vol. XXIII pág.494 (Para Cap.III).-

Vagliani - Sulle misure delle resistenze grandissime. L'elettrotecnica Vol. XXIII pág. 365 (Para Cap. III).-

Regoliosi - Apparechiatura per misure industriali di grandi resistenze e di capacita L'elettrotecnica Vol XX pág.510 (Para Cap. III).-

Leeds Northrup Company - Catálogo E N 95 1939 Apparatus for electrolitic conductivity measurements (Para Cap. V A).-

James G. Biddle Co Catalog 1685 Megger Insulation testing instruments (Para Cap. IV).-

---

Í N D I C E

-.-.-.-.-.-.-
-.-.-.-.-.-
-.-.-.-
-.-
.

J.C.C.
cd.